

**PAPELES DE TRABAJO**

**CUADERNOS DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES**

---

**Nº 32**

**LA MEDIDA DE LA EFICIENCIA TÉCNICA DE LOS GRUPOS  
DE INVESTIGACIÓN DEL ÁREA DE ECONOMÍA DE LA  
UNIVERSIDAD DE MÁLAGA**

**Cristóbal Ruiz Galacho**

---

UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

IMPRIME

Imagraf Impresores, S.A.

c/. Nabucco, Nave 14-D Pol. Ind. Alameda

29006 Málaga - Telf. 952 32 85 97

ISBN 10: 84-95701-09-X

ISBN 13: 978-84-95701-09-1

## ÍNDICE

<b>INTRODUCCIÓN</b>	1
<b>1. LA MEDIDA DE LA EFICIENCIA EN EL SECTOR PÚBLICO: ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS</b>	3
1. EL CONCEPTO DE EFICIENCIA	3
2. LA MEDIDA DE LA EFICIENCIA	4
3. EL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS	7
<b>2. LA EFICIENCIA TÉCNICA DE LOS GRUPOS DE INVESTIGACIÓN DEL ÁREA DE ECONOMÍA DE LA UNIVERSIDAD DE MÁLAGA. MODELO DEA-CCR</b>	15
1. INTRODUCCIÓN	15
2. DETERMINACIÓN DEL MODELO DEA	17
3. EFICIENCIA TÉCNICA DE LOS GRUPOS DE INVESTIGACIÓN	22
4. ANÁLISIS DE LA SENSIBILIDAD	31
<b>3. ORDENACIÓN DE LOS GRUPOS DE INVESTIGACIÓN EFICIENTES</b>	37
1. MÉTODO DE LAS FRECUENCIAS DE LOS REFERENTES	37
2. MÉTODO DE LA MATRIZ DE EFICIENCIAS CRUZADAS	38
3. MÉTODO DE SUPEREFICIENCIA	42
4. MÉTODO DE LA CORRELACIÓN CANÓNICA	47
5. MÉTODO DE LA RATIO DISCRIMINANTE	50
6. COMPATIBILIDAD DE LAS ORDENACIONES. ANÁLISIS ESTADÍSTICO	54
<b>4. TASAS MARGINALES DE TRANSFORMACIÓN DE OUTPUTS Y ECONOMÍAS DE ALCANCE</b>	57
1. LAS TASAS MARGINALES EN LA PRODUCCIÓN DE LOS GRUPOS INVESTIGACIÓN	57
2. EVALUACIÓN DE LAS ECONOMÍAS DE ALCANCE	68

## ÍNDICE

<b>5. EFICIENCIA DE LOS GRUPOS INVESTIGACIÓN CON VALORACIONES EN INPUTS Y</b>	
<b>OUTPUTS</b>	77
1. RESTRICCIÓN DE MULTIPLICADORES EN EL DEA. ASPECTOS TEÓRICOS	77
2. INTRODUCCIÓN DE VALORACIONES SOBRE INPUTS Y OUTPUTS	87
3. EFICIENCIA DE LOS GRUPOS DE INVESTIGACIÓN CON OUTPUTS VALORADOS	90
4. EFICIENCIA DE LOS GRUPOS DE INVESTIGACIÓN. CON VALORACIÓN DE LA CAPACIDAD INVESTIGADORA	102
<b>CONCLUSIONES</b>	111
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	113

## INTRODUCCIÓN

Son varias las razones que explican el interés de los estudios de eficiencia en el sector público y especialmente en el educativo, todas ligadas al mayor protagonismo de la intervención pública en la economía, que se traduce en una tendencia al crecimiento del gasto público.

La primera es que para que el gasto público se traduzca en incrementos proporcionales en el bienestar social es preciso analizar el grado de eficiencia económica de los programas de gasto público.

La segunda es que el análisis de la eficiencia en la utilización de los recursos públicos se debe traducir también en una reducción del déficit en la medida en que permite detectar las fuentes de ineficiencia existentes.

En tercer lugar, la educación, y en especial la superior, es una de las principales fuentes de crecimiento económico (Denison, 1962). Una evaluación del rendimiento científico y académico de las universidades permitiría fomentar la competencia entre los centros, redundaría en un incremento de la eficiencia y la calidad de los servicios, y contribuiría a optimizar el rendimiento económico y social del sistema universitario.

Una cuarta razón es el proceso de renovación que está viviendo la universidad española, proceso para el que el conocimiento del grado de eficiencia con el que desarrollan sus actividades las universidades constituye una información fundamental.

La evaluación de la eficiencia exige la definición, implícita o explícita, de una función de producción. En general, la tecnología de producción de las agencias públicas presenta características que dificultan la medida de su eficiencia:

- a. La determinación y cuantificación del output, íntimamente ligada a la multiplicidad y muchas veces ambigüedad de objetivos.
- b. La caracterización de la función de producción.
- c. La ausencia de precios de mercado.

d. Las diferencias de calidad en la prestación de los servicios.

Estas características justifican que en la evaluación del sector público en general, y del educativo en particular, la determinación de la eficiencia técnica sea la más apropiada, y que las estimaciones de eficiencia en este sector se refieran a aquellas observaciones que exhiben las mejores prácticas técnicas, mediante la estimación de una frontera de producción empírica. En este sentido, el Análisis Envolvente de Datos constituye una metodología adecuada para la evaluación de la eficiencia en la educación superior, al exigir supuestos menos severos sobre el conjunto de posibilidades de producción que las técnicas paramétricas, además de contar con la ventaja de su gran flexibilidad, permitiendo modelar funciones de producción multiproducto y suministrando una información particularizada sobre el rendimiento de las unidades productivas, especialmente interesante para la gestión pública.

Con esta perspectiva, el trabajo que presentamos es una aplicación del DEA al estudio de la eficiencia del sector universitario, concretamente se analiza la eficiencia técnica de los Grupos de Investigación del área de Economía de la Universidad de Málaga, a partir de los datos disponibles en el Inventario de Grupos de Investigación de la Junta de Andalucía del año 2001.

Se estructura en 5 capítulos. El primer capítulo es una introducción a la medida de la eficiencia en el sector público. En el capítulo 2 se determina el modelo del Análisis Envolvente de Datos (DEA) apropiado a los datos y se obtienen los resultados básicos sobre la eficiencia de los Grupos de Investigación. En el capítulo 3 comparamos distintos procedimientos para ordenar los Grupos de Investigación eficientes. El capítulo 4 aplica el DEA a dos problemas específicos, el cálculo de las tasas de transformación entre dos outputs y el análisis de las posibles economías de alcance. En el capítulo 5 se calculan las eficiencias de los Grupos de Investigación cuando se introducen valoraciones, tanto en los inputs como en los outputs.

El objetivo principal del trabajo es mostrar las posibilidades del Análisis Envolvente de Datos a la hora de analizar la eficiencia de los Grupos de Investigación.

## **CAPÍTULO 1. LA MEDIDA DE LA EFICIENCIA EN EL SECTOR PÚBLICO: EL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS**

El fundamento teórico de este estudio es la aplicación del análisis microeconómico a la evaluación y control de la eficiencia en el sector público, basado en la teoría microeconómica de la producción.

### **1. EL CONCEPTO DE EFICIENCIA**

El concepto de eficiencia utilizado en Economía es el de optimalidad paretiana. Una asignación es eficiente, en el sentido de Pareto, cuando no es posible reasignar los recursos existentes de tal forma que algún individuo mejore sin que otro empeore. Esto se cumple cuando se garantizan las condiciones de la eficiencia en la producción, en el intercambio y la eficiencia global.

La eficiencia en la producción exige la igualdad de las relaciones marginales de sustitución entre inputs para todos los bienes producidos. La eficiencia en el intercambio precisa la identidad para todos los consumidores de la relación marginal de sustitución entre los bienes. Por último, la eficiencia global se alcanza cuando la relación marginal de sustitución entre dos bienes cualesquiera para todos los individuos se iguala a la relación marginal de transformación entre esos dos bienes. Puesto que la finalidad del estudio es medir la eficiencia de los Grupos de Investigación del área de Economía de la Universidad de Málaga (GI en adelante), desarrollaremos los tipos básicos de eficiencia.

La eficiencia técnica es una característica de los procesos productivos, que se centra en las cantidades y no en los precios y puede orientarse en términos de outputs o de inputs. En el primer caso, representa la producción del máximo nivel de outputs posible para una combinación específica de inputs, y en el segundo caso la cantidad mínima requerida de inputs, combinados en una determinada proporción, para obtener un nivel dado de outputs.

La ineficiencia X (Leibenstein, 1966) es un caso especial de la ineficiencia técnica, en la medida en que la unidad productora generará un nivel de outputs inferior al

máximo posible, debido no a limitaciones tecnológicas sino al comportamiento de los individuos que forman parte de la unidad productiva, que pueden limitar su esfuerzo maximizando su utilidad, utilizando más factores de producción que los necesarios para obtener un determinado nivel de output, debido a las asimetrías de información y al marco de incentivos en el que desarrollan su actividad.

Un segundo tipo de eficiencia es la eficiencia asignativa, que implica alcanzar el coste mínimo de producir un nivel dado de producto cuando se modifican las proporciones de los factores de producción utilizados, de acuerdo con sus precios y productividades marginales. La ineficiencia asignativa refleja en qué medida los inputs se emplean en unas proporciones equivocadas, dados sus precios y productividades marginales.

El elemento fundamental de la eficiencia técnica, que lo diferencia de la asignativa, es que parte de una proporción concreta de factores que determina su tecnología, cuyo coste se minimiza o cuya producción se maximiza. Las unidades técnicamente eficientes no son necesariamente eficientes en sentido asignativo. Así, una unidad productiva, a pesar de ser eficiente en sentido técnico, puede no resultar eficiente en sentido global, ya que dados los costes de los inputs no utiliza la combinación adecuada de los mismos.

## **2. LA MEDIDA DE LA EFICIENCIA**

La evaluación de la eficiencia exige una función de producción que actúe como referente de las entidades objeto de evaluación, y que represente la relación técnica que liga el volumen máximo de producción que puede obtenerse de una cantidad dada de factores productivos, o a la inversa, el volumen mínimo de inputs necesario para obtener una cantidad determinada de producción.

La moderna teoría de la producción parte de la suposición de que el proceso productivo de una unidad productora concreta no tiene por que ser necesariamente el óptimo, con lo que la eficiencia no constituye un supuesto inicial, como en la teoría clásica de la producción sino una hipótesis que se ha de contrastar.

Basándose en Koopmans (1951) y Debreu (1951), Farrell (1957) estableció las bases conceptuales a partir de las cuales se desarrollarían posteriormente los modelos que tienen por objetivo la medición de la eficiencia productiva,



diferenciando entre eficiencia técnica y eficiencia asignativa como las hemos definido anteriormente.

El trabajo de Farrell tuvo una enorme trascendencia, por cuanto fue la primera aproximación a la estimación de la eficiencia desde una perspectiva frontera, sentando las bases metodológicas del análisis de la eficiencia productiva a partir de la estimación de fronteras de posibilidades de producción.

Desde Farrell, la medición empírica de la eficiencia se ha abordado desde dos enfoques diferentes.

El primer enfoque es paramétrico y estadístico, especificando un modelo, generalmente econométrico, que exige asumir una forma funcional explícita para la tecnología de producción y para la distribución de los residuos.

Dentro de este enfoque paramétrico, se pueden diferenciar dos variantes principales, según que la forma funcional a estimar sea una función de tipo promedio o una función frontera.

La aproximación paramétrica de tipo promedio estima, por medio del análisis de regresión, el valor medio de la variable dependiente, en términos de las variables independientes.

La aproximación paramétrica de tipo frontera estima, también por el análisis de regresión, el máximo output que generan los inputs empleados en las unidades productivas más eficientes de la muestra. El concepto de eficiencia descarta las aproximaciones no frontera, es decir, el análisis en términos del comportamiento medio esperado para el cálculo de la eficiencia. Como afirman Ganley y Cubbin (1992) una función promedio es un indicador engañoso de las posibilidades de producción eficientes, tanto en el ámbito teórico como en el práctico. A nivel práctico, puede ocurrir que los estándares medios estimados actúen como un desincentivo en el rendimiento productivo de aquellas unidades productivas con una eficiencia superior a la media. A nivel teórico, una función de producción media es inconsistente con el concepto de función de producción.

La estimación del grado de eficiencia de las unidades productoras se realiza a partir de los valores de los residuos, bien suponiendo que la totalidad de la variación residual se debe a ineficiencias técnicas en la utilización de los recursos, o bien

suponiendo que la perturbación aleatoria incluye, además de la medida de la ineficiencia, errores de medida propios de toda estimación estadística. En el primer caso tenemos un modelo determinista de frontera y en el segundo un modelo estocástico de frontera.

Los métodos paramétricos son poco flexibles y los errores en la especificación de la forma funcional afectan de forma fundamental a los resultados.

La segunda aproximación posible para estimar la eficiencia técnica es el enfoque no paramétrico, en el que las estimaciones se obtienen a través de técnicas de programación lineal. La diferencia fundamental con los métodos paramétricos es que no resulta necesario especificar una forma funcional específica para la función de producción; únicamente se exige que el conjunto de posibilidades de producción cumpla una serie de propiedades: libre disponibilidad de inputs y outputs, convexidad y rendimientos constantes o variables a escala.

La libre disponibilidad de inputs y de outputs consiste en admitir que cualquier unidad productiva, con el mismo nivel de output que otra, pero con más inputs, pertenece al conjunto de posibilidades de producción e inversamente, que cualquier unidad productiva que utiliza los mismos inputs que otra unidad, y que produce menos outputs, pertenece al conjunto de posibilidades de producción.

La convexidad exige que cualquier combinación lineal de dos puntos observados, que pertenezcan al conjunto de posibilidades de producción, pertenezca también a dicho conjunto.

Dentro del enfoque no paramétrico, la técnica fundamental para medir la eficiencia es el Análisis Envolvente de Datos (DEA). Esta técnica presenta como ventajas su gran flexibilidad y la ausencia de errores de especificación, al no ser preciso optar por ninguna forma funcional.

Una ventaja adicional de los modelos DEA en relación con las aproximaciones econométricas es que ofrecen información particularizada para cada unidad productiva, puesto que las medidas de eficiencia calculadas con los modelos DEA están asociadas a unidades productivas (UTD) concretas en vez de con medias estadísticas que no son directamente asignables a ninguna observación.

Esta información particularizada para cada UTD ineficiente su grupo de referencia y los objetivos de producción y de consumo óptimos, información que resulta de enorme interés desde el punto de vista de la gestión.

Sin embargo, presenta el inconveniente de ser una técnica determinista, lo que implica básicamente dos problemas:

- \* La presencia de observaciones atípicas puede sesgar las medidas de eficiencia obtenidas imputando a la ineficiencia cualquier perturbación de carácter aleatorio.
- \* No hay método formal de contraste de hipótesis que permita valorar la idoneidad de las variables seleccionadas, aunque este problema se suele solventar, parcialmente, mediante un estudio ex post de la sensibilidad de los resultados obtenidos bajo especificaciones alternativas.

### **3. EL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS**

Charnes, Cooper y Rhodes desarrollaron en 1978, a partir de programas matemáticos fraccionales y luego lineales el método propuesto por Farrell para medir la eficiencia.

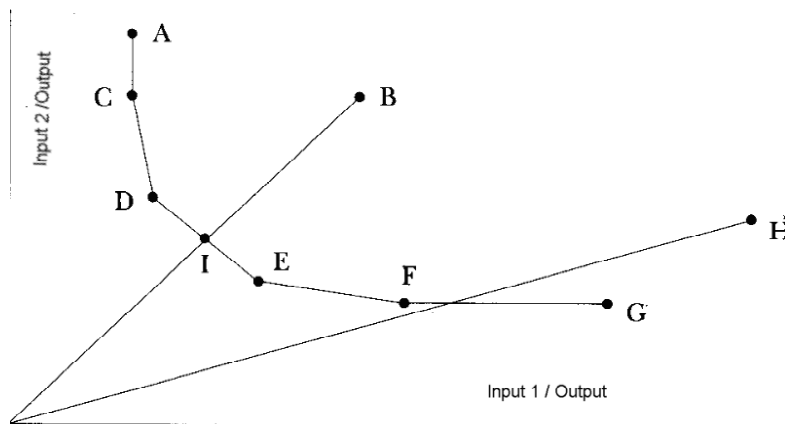
El criterio empleado por el Análisis Envoltente de Datos para definir la frontera de producción empírica se basa en la noción paretiana de eficiencia. Se considera que una unidad productiva es eficiente si no existe ninguna otra en la muestra que produzca más de alguno de los outputs sin producir menos de algún otro, y sin utilizar más de alguno de los recursos productivos; o bien, si no existe ninguna unidad que produzca los mismos outputs con menos de algún factor productivo y no más de los restantes.

La imposibilidad de establecer un estándar teórico o absoluto de eficiencia obliga a adaptar como referentes los niveles observados que han sido alcanzados por otras unidades productivas (Norman y Stoker, 1991), por lo que la medida de eficiencia que calcula el DEA es una medida relativa.

El proceso de determinar la eficiencia de las unidades productoras parte de identificar las unidades productivas que exhiben las mejores prácticas técnicas, que son las que van a definir la frontera de posibilidades de producción, y a continuación medir la eficiencia de las restantes unidades productoras valorando su distancia a la

frontera. La medición de la eficiencia en términos relativos explica la especial importancia que tiene en el DEA la homogeneidad de las unidades productivas en el sentido de que compartan una misma tecnología de producción.

### Análisis gráfico del DEA



**GRÁFICO 1. Frontera eficiente de producción**

La figura 1 explica la lógica con la que opera el Análisis Envolvente de Datos. Supongamos que el objetivo es medir la eficiencia productiva de ocho UTDs, A, B, C, D, E, F, G y H, en el espacio de inputs, es decir que con dos inputs, producimos un output y los inputs que se representan están normalizados respecto al output, por lo que lo que representa en el gráfico 1 son los recursos empleados por unidad de producto para cada UTD.

La frontera de eficiencia está formada por las unidades productivas C, D, E y F. Las unidades B y H no cumplen el requisito de eficiencia paretiana. B está dominada por D y E y H por F y G. Como indica el gráfico 1, es posible producir lo mismo que B con menos recursos, ya que dos unidades de la muestra, D y E, lo hacen.

Para calcular la eficiencia técnica de B el DEA compara la actividad de ésta con la de otra entidad eficiente que utiliza la misma combinación de inputs, pero en una proporción menor. No existe en la muestra ninguna entidad real que cumpla esas condiciones, por lo que el DEA efectúa la comparación con una UTD ficticia, formada a partir de una combinación lineal de las entidades más próximas a B, en este caso

B se compara con la UTD I, ficticia, cuyos niveles de utilización de inputs por unidad producida son una media ponderada de los empleados por D y E.

Así, la frontera eficiente que se obtiene está formada por entidades realmente observadas, que utilizan las menores cantidades de factores productivos por unidad de output producida, y, por otra parte, por pseudo DMU o entidades ficticias que constituyen una combinación lineal de los inputs y outputs de las entidades reales. Esta forma de obtener la frontera de producción eficiente implica aceptar ciertos supuestos, como que los niveles de utilización de los factores de las entidades hipotéticas son factibles, lo que a su vez implica aceptar una sustituibilidad perfecta de los factores.

Una vez definida la frontera de posibilidades de producción, se mide la eficiencia de cada unidad productiva de la muestra. Las UTDs situadas sobre la frontera de producción tienen un índice de eficiencia unitario, mientras que las restantes unidades obtienen una medida de eficiencia relativa por comparación con alguna entidad eficiente. Así, el índice de eficiencia de B se calcula a partir de que podría obtener su nivel actual de output utilizando una proporción  $OI/OB$  de los inputs que realmente utiliza. La eficiencia técnica que el modelo DEA le asignará será justamente ese cociente, que coincide con la medida de eficiencia técnica de Farrell e indica la cantidad mínima de recursos que la DMU en cuestión podría utilizar sobre los que realmente utiliza, para llevar a cabo su producción de forma eficiente. El conjunto de entidades reales eficientes, que constituyen el punto de comparación de la unidad evaluada, forma lo que se denomina grupo de referencia de dicha unidad. El grupo de referencia de una UTD que forma parte de la frontera eficiente está formado por ella misma, mientras que el grupo de referencia de la entidad B está formado por las UTDs D y E, a partir de las cuales se genera la unidad productiva ficticia I. La identificación del grupo de referencia permite formular objetivos de producción y de consumo óptimos, que permiten optimizar el rendimiento productivo de las entidades ineficientes.

Este ejemplo gráfico se ha desarrollado con lo que dentro del DEA se denomina orientación input, una entidad será calificada de ineficiente si se observa que existe otra DMU que combinando los inputs en la misma proporción, pero utilizando

menores cantidades de los mismos, es capaz de alcanzar el mismo volumen de producción. Se podría haber utilizado la orientación output, que se caracteriza por valorar el aumento equiproporcional de outputs. Así una UTD será calificada como ineficiente si existe otra que, con los mismos recursos, produce mayor cantidad de todos sus outputs.

### Modelos de programación matemática del DEA

En el caso general, la formulación matemática del modelo que formularon Charnes, Cooper y Rhodes (modelo CCR) con orientación input es el programa:

$$\max \theta_0 = \sum_{r=1}^s u_{r0} y_{r0}$$

sujeto a:

$$\sum_i v_{i0} x_{i0} = 1$$

$$\sum_r u_{r0} y_{rj} - \sum_i v_{i0} x_{ij} \leq 0$$

$$u_{r0}, v_{i0} > 0 \text{ para todo } r, = 1, 2, \dots, s, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

El subíndice 0 indica la unidad productiva cuya eficiencia se va a evaluar,  $y_{rj}$  y  $x_{ri}$  son las cantidades de output  $r$  y de input  $i$  de la entidad  $j$ , (datos del programa)  $u_{r0}$  y  $v_{i0}$  son los multiplicadores del output  $r$  y el input  $i$  respectivamente correspondientes a la UTD en evaluación.

La resolución de estos programas, uno para cada UTD, proporciona los valores de  $u_{r0}$  y  $v_{i0}$  (los multiplicadores óptimos) y el índice de eficiencia  $\theta_0$  de la UTD evaluada.

En el modelo con orientación input, los índices de eficiencia son menores o iguales que 1. Las UTD con índice 1 son las potencialmente eficientes (además tienen que tener holguras nulas).

El modelo CCR con orientación output viene dado por el programa:

$$\text{Minimizar } \eta_0 = \sum_{i=1}^m v_{i0} x_{i0}$$

sujeto a:

$$\sum_{r=1}^s u_{r0} y_{r0} = 1$$

$$\sum_r u_{r0} y_{rj} - \sum_i v_{i0} x_{ij} \leq 0 \quad \text{para todo } j = 1, 2, \dots, n$$

$$u_{r0}, v_{i0} > 0 \quad \text{para todo } r = 1, 2, \dots, s, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

En este caso las puntuaciones de eficiencia,  $\eta$ , son mayores o iguales que 1. Las UTD con índice 1 son las potencialmente eficientes (además tienen que tener holguras nulas).

Los anteriores programas lineales, que se denominan multiplicadores, tienen asociados los correspondientes duales, que se denominan, para que no haya ambigüedad, programas envolventes. Los programas envolventes tienen dos ventajas.

- Su resolución es más sencilla, ya que tienen menos restricciones que los primales.
- Complementan la interpretación de la eficiencia proporcionada por los programas multiplicadores, al dar las holguras y los grupos de referencia y las proyecciones de eficiencia.

El programa CCR-envolvente con orientación input, es:

$$\text{Minimizar } \theta_0 - \varepsilon \left[ \sum_r s_r^+ + \sum_i s_i^- \right]$$

sujeta a:

$$y_{r0} = \sum_j \lambda_j y_{rj} - s_i^- \quad \text{para todo } r = 1, 2, \dots, s$$

$$\theta_0 x_{i0} = \sum_j \lambda_j x_{ij} + s_i^+ \quad \text{para todo } i = 1, 2, \dots, m$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad \text{para todo } j = 1, 2, \dots, n$$

$$s_r^+ \geq 0 \quad \text{para todo } r = 1, 2, \dots, s$$

$$s_i^- \geq 0 \quad \text{para todo } i = 1, 2, \dots, m$$

$\varepsilon$  es una variable arquimediana

En estos modelos las variables que se determinan son  $\theta_o$ , la eficiencia de la UTD, las  $\lambda_j$ , los parámetros a partir de los que se construye el grupo de referencia de la unidad productiva objeto de evaluación, y las holguras,  $s_r^+$  y  $s_i^-$ , de cada una de las  $m + s$  restricciones del modelo.

La unidad productiva evaluada, DMU<sub>o</sub>, es eficiente si  $\theta_o^* = 1$ , y todas las variables de holgura son nulas. Si la unidad productiva evaluada presenta un valor óptimo de  $\theta_o^* < 1$ , la entidad es técnicamente ineficiente por cuanto puede reducir las cantidades empleadas de todos sus inputs en una proporción igual a  $(1 - \theta_o^*)$ . Además, si alguna de las variables de holgura asociada a los inputs,  $s_i^-$ , toma un valor positivo, entonces el input  $i$  puede reducirse en la cuantía  $s_i^-$ , sin alterar los restantes inputs y outputs. Si la variable de holgura que resulta positiva afecta a una restricción de outputs,  $s_r^+$ , entonces es posible aumentar la cantidad producida de este output  $r$  específico sin alterar los restantes inputs y outputs.

Análogamente, el programa CCR-envolvente con orientación output, es:

$$\text{Maximizar } \eta_o + \varepsilon \left[ \sum_r s_r^+ + \sum_i s_i^- \right]$$

sujeta a:

$$\eta_o y_{ro} = \sum_j \lambda_j y_{rj} - s_i^- \quad \text{para todo } r = 1, 2, \dots, s$$

$$x_{io} = \sum_j \lambda_j x_{ij} + s_i^+ \quad \text{para todo } i = 1, 2, \dots, m$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad \text{para todo } j = 1, 2, \dots, n$$

$$s_r^+ \geq 0 \quad \text{para todo } r = 1, 2, \dots, s$$

$$s_i^- \geq 0 \quad \text{para todo } i = 1, 2, \dots, m$$

Las coordenadas de una unidad productiva que se sitúa sobre la frontera vienen dadas por  $(y_{r0}^*, x_{i0}^*)$ , que representan los objetivos de producción y de consumo óptimos, respectivamente, y se obtienen de las siguientes expresiones.

En un programa con orientación input, las proyecciones de referencia de una UTD son:



$$y_{r0}^* = y_{r0} + s_{r0}^{+*}$$

$$x_{i0}^* = \theta^* x_{i0} - s_{i0}^{-*}$$

y en un programa de orientación output:

$$y_{r0}^* = \eta^* y_{r0} + s_{r0}^{+*}$$

$$x_{i0}^* = x_{i0} - s_{i0}^{-*}$$

### Los rendimientos a escala. El modelo BCC

A un mayor nivel de producción o escala de operaciones puede verificarse que la unidad productiva exhiba un mayor nivel de eficiencia, derivado del aprovechamiento de las economías de escala. Cuando el modelo se especifica con rendimientos constantes a escala, se obvia la influencia que la escala concreta en que opera una organización puede tener sobre sus posibilidades de producción. Para detectar las potenciales fuentes de ineficiencia, que provienen de la escala de operaciones en la que opera una entidad, se formula el modelo BCC, original de Banker, Chames y Cooper (1984), caracterizando una función de producción con RVE.

Modelo BCC multiplicador con orientación input

$$\max \sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0} + \mu$$

sujeto a:

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + \mu \leq 0$$

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1$$

$$\mu_r, v_i \geq 0 \ (\varepsilon) \ \mu \text{ libre}$$

Modelo BCC multiplicador con orientación output

$$\min \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} + v$$

sujeto a:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} + v \geq 0$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0} = 1$$

$$\mu_r, v_i \geq 0 \text{ v libre}$$

Modelo BCC-envolvente con orientación input

$$\min \theta - \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right)$$

sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = \theta x_{i0} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{r0} \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

El modelo BCC envolvente con orientación output:

$$\text{Max} \quad \phi - \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right)$$

sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = x_{i0} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = \phi y_{r0} \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

El modelo BCC permite obtener una cuantificación de la eficiencia técnica pura, no contaminada por los efectos de la escala en la que opera cada entidad, separando la eficiencia técnica y la eficiencia de escala de las unidades productivas.

## **CAPÍTULO 2. LA EFICIENCIA TÉCNICA DE LOS GRUPOS DE INVESTIGACIÓN DEL ÁREA DE ECONOMÍA DE LA UMA. MODELO DEA-CCR**

En este capítulo aplicamos el modelo CCR con orientación output a los datos de los GI del área de Economía de la UMA. Primeramente justificamos la elección del modelo, calculamos los índices de eficiencia y los referentes y analizamos las características de los GI eficientes e ineficientes. El capítulo termina con un análisis de la sensibilidad del modelo.

### **1. INTRODUCCIÓN**

El estudio se refiere a 24 de los 30 grupos de investigación de la Universidad de Málaga, pertenecientes al área de Económicas, incluida en el grupo de Ciencias Sociales, Económicas y Jurídicas cuyos datos están recogidos en el Inventario de Grupos de Investigación y Desarrollo Tecnológico de la Junta de Andalucía del año 2001.

La medida de la eficiencia en términos relativos que realiza el DEA exige que las UTDs sean comparables, lo que explica la especial importancia de disponer de una muestra con un alto grado de homogeneidad, con unidades productivas que compartan una misma tecnología de producción y sujetas a idéntico marco institucional, razón por la que nos hemos restringido al área de Economía de la Universidad de Málaga.

Son 30 los G. I. del área de Economía de la Universidad de Málaga, pero hemos prescindido de 6 de ellos por diversas razones: uno, el SEJ 167, está claramente orientado hacia la Sociología, cuatro de ellos, SEJ 121, SEJ 294, SEJ 328 y SEJ

368, tienen uno de los dos inputs (número de licenciados) nulo y el SEJ 292 tiene todos sus outputs nulo, por lo que su inclusión carece de interés.

Los datos contenidos en el citado inventario de la Junta de Andalucía son básicamente de tipo cuantitativo, incluyendo el nombre y ubicación del grupo de investigación, los miembros, su categoría académica (doctores o licenciados) y la investigación realizada según la siguiente clasificación:

- \* Número de artículos publicados en revistas internacionales
- \* Número de artículos publicados en revistas nacionales
- \* Número de ponencias presentadas en congresos internacionales
- \* Número de ponencias presentadas en congresos nacionales
- \* Número de tesis doctorales dirigidas
- \* Número de libros editados
- \* Número de capítulos de libros editados
- \* Número de Proyectos con fondos públicos
- \* Número de Proyectos con fondos no públicos
- \* Número de contratos LRU

Hubiera sido interesante disponer de datos cualitativos que complementaran la información sobre los inputs y los outputs: con respecto a los inputs, datos relativos a la financiación de los GI y a la experiencia investigadora de sus miembros; con respecto a los outputs, información complementaria sobre la trascendencia de la investigación realizada, la importancia de los artículos, tesis o libros de cada GI.

Esto, junto con las pequeñas dimensiones de la muestra, hacen que nos centremos en los aspectos metodológicos del estudio.

## **2. DETERMINACIÓN DEL MODELO DEA**

A la hora de determinar el modelo del DEA a utilizar debemos determinar tres características básicas del proceso productivo:

- a. Los inputs y outputs que se van a incluir en la función de producción.
- b. La orientación del modelo.
- c. El tipo de rendimientos a escala.

### **Las variables de la función de producción**

Los inputs son básicamente dos: capital y trabajo, pero el Inventario de Grupos de investigación y Desarrollo Tecnológico de la Junta de Andalucía del año 2001 no recoge ninguna medida proxy del factor capital, como los fondos de investigación de los que dispone cada grupo; por tanto, tomaremos como inputs de cada G. I. el número de miembros doctores y el número de miembros licenciados.

Respecto a los outputs, no se pueden utilizar los 10 outputs disponibles. Con tantos outputs, la capacidad discriminante del DEA se ve muy reducida, ya que cuanto mayor sea el número de variables con relación al número de UTDs que componen la muestra, mayor será la probabilidad que tiene cada una de ellas de presentar un comportamiento óptimo en alguna de las variables analizadas lo que lleva, en última instancia, a que cada entidad se compare consigo misma y pase, por tanto, a ser eficiente.

Si  $N$  es el número de UTDs,  $I$  el número de inputs y  $O$  el número de outputs, al ser el número de unidades eficientes y los indicadores de eficiencia muy sensibles a las dimensiones libres del problema, es decir, la diferencia entre  $N$ , el número de GI y la suma de inputs y outputs,  $I + O$ , del requisito matemático para que el modelo DEA se

pueda aplicar,  $N > I + O$ , se pasa a  $N \geq 3(I + O)$  (Banker, Charnes y Cooper, 1984). En este caso, el número de outputs no deba pasar de 6.

Básicamente podemos agrupar los outputs en dos bloques, uno que representa investigación académica y docente, formado por los artículos publicados en revistas nacionales e internacionales, la asistencia a congresos nacionales e internacionales, las tesis dirigidas y los libros y capítulos de libros y un segundo bloque que está formado por la actividad “extraacadémica” de los grupos de investigación, que incluiría los proyectos con fondos públicos, los contratos LRU y otros proyectos y las patentes.

Aunque todos los outputs son importantes, algunos como los artículos publicados, las tesis doctorales dirigidas y los libros editados son claramente más representativos de la actividad investigadora.

Respecto a los artículos publicados en revistas nacionales e internacionales, es normal mantener la distinción entre los mismos (Sarafoglou y Haynes, 1996), pero hay dos factores que nos inclinan a reunirlos en un solo grupo. Uno, de carácter general, es la necesidad de reducir el número de variables y otro, de carácter más específico es que, en general, los GI españoles de Economía tienden a publicar en revistas de ámbito nacional, que no se encuentran recogidas en la base de datos del Social Science Citation Index (SSCI), lo que imposibilita disponer de un factor de impacto asociado a las revistas académicas españolas.

Tanto las tesis doctorales como la publicación de libros son indicadores naturales de actividad docente e investigadora. La producción científica de libros y capítulos de libros, en especial de carácter internacional, es bastante escasa, por lo que aunque se haya propuesto asimilarlos a los artículos en revistas nacionales (Kyvik, 1991), nos parece más correcto considerarlos como equivalentes a libros.

Prescindiremos de las variables ponencias presentadas en congresos nacionales e internacionales, tanto por la necesidad de reducir outputs como por considerarlos menos significativos.

<b>G. I.</b>	<b>DOCT</b>	<b>LICENC</b>	<b>ARTIC</b>	<b>LIBROS</b>	<b>TESIS</b>	<b>PROYEC</b>
<b>SEJ 102</b>	4	3	19	11	6	0
<b>SEJ 108</b>	3	2	7	4	1	4
<b>SEJ 122</b>	8	1	22	11	7	10
<b>SEJ 124</b>	7	3	24	26	1	25
<b>SEJ 139</b>	4	1	8	11	3	6
<b>SEJ 157</b>	5	6	19	13	1	10
<b>SEJ 160</b>	5	1	24	10	2	9
<b>SEJ 168</b>	4	2	3	1	1	1
<b>SEJ 176</b>	6	3	23	15	5	11
<b>SEJ 181</b>	2	1	7	10	1	2
<b>SEJ 194</b>	4	2	20	3	0	11
<b>SEJ 219</b>	5	1	4	23	3	4
<b>SEJ 229</b>	3	2	4	0	2	1
<b>SEJ 265</b>	4	2	6	2	4	1
<b>SEJ 284</b>	4	1	4	16	3	13
<b>SEJ 312</b>	3	3	5	10	2	2
<b>SEJ 314</b>	6	6	14	12	1	5
<b>SEJ 349</b>	10	5	24	26	6	5
<b>SEJ 354</b>	4	1	13	15	4	0
<b>SEJ 356</b>	2	1	8	10	1	1
<b>SEJ 362</b>	3	1	3	9	1	4
<b>SEJ 363</b>	2	2	1	5	0	10
<b>SEJ 364</b>	5	1	13	24	1	2
<b>SEJ 376</b>	3	3	15	8	0	1

**Tabla 1. Inputs y outputs de los G. I.**

Respecto a los resultados extraacadémicos de la investigación, prescindimos del output patentes, por su nula presencia en los grupos de investigación en el área de Economía, con lo que nos quedamos con los otros tres outputs: Número de Proyectos con fondos públicos, Número de Proyectos con fondos no públicos y

Numero de contratos LRU que reunimos en un único output que recoge la actividad “extraacadémica” de los grupos de investigación.

Quedan, por tanto, las siguientes variables de outputs:

- \* Número de artículos publicados en revistas, tanto nacionales como internacionales (ARTIC)
- \* Número de libros y capítulos de libros publicados (LIBROS)
- \* Número de tesis doctorales (TESIS)
- \* Número total de proyectos (públicos, no públicos) (PROYEC)

Las tablas 1 y 2 recogen los valores de las nuevas variables agregadas y sus valores medios.

### Orientación del modelo

La orientación del modelo, output o input, debe reflejar la endogeneidad o exogeneidad de los inputs y outputs en los procesos productivos. Nos inclinamos por la orientación output, puesto que la dinámica de formación y trabajo de los grupos de investigación hace que se tenga mucho más control sobre los outputs que sobre los inputs.

	DOCT.	LICENC.	ARTIC	LIBROS	TESIS	PROYEC
<b>MEDIA</b>	4,42	2,25	12,08	11,46	2,33	5,75
<b>DESV. TÍPICA</b>	1,89	1,51	7,83	7,33	1,99	5,68
<b>COEF. VARIACIÓN</b>	0,43	0,67	0,65	0,64	0,85	0,99

Tabla 2. Estadísticos descriptivos inputs y outputs

### Escala de operaciones. Caracterización de los rendimientos de escala



La elección básica en los modelos del DEA es entre rendimientos constantes a escala, RCE, y rendimientos variables a escala, RVE.

Hay dos razones que justifican la elección de RCE. Primeramente, el funcionamiento de los GI depende de factores como el grado de formación y experiencia de sus miembros, de la diversificación o especialización de las líneas de investigación, de las economías de alcance, tanto entre líneas de investigación complementarias como entre investigación y docencia de calidad, de la motivación de los investigadores implicados o de la labor del líder del equipo de investigación (Knorr et al., 1979), factores que no están muy relacionados con las economías de escala.

En segundo lugar, las puntuaciones de eficiencia de los GI obtenidas con la hipótesis de RCE y RVE son muy similares, como muestra la tabla 3.

G. I.	Efic. RCE	Efic. RVE	Dim.	G. I.	Efic. RCE	Efic. RVE	Dim.
SEJ 102	1	1	7	SEJ 229	2,02	1,69	5
SEJ 108	1,73	1,60	5	SEJ 265	1,25	1,23	6
SEJ 122	1	1	9	SEJ 284	1	1	5
SEJ 124	1	1	10	SEJ 312	1,26	1,25	6
SEJ 139	1,16	1,12	5	SEJ 314	1,81	1,64	12
SEJ 157	1,12	1,11	11	SEJ 349	1,51	1	15
SEJ 160	1	1	6	SEJ 354	1	1	5
SEJ 168	4,61	4,52	6	SEJ 356	1	1	3
SEJ 176	1	1	9	SEJ 362	1,49	1,49	4
SEJ 181	1	1	3	SEJ 363	1	1	4
SEJ 194	1	1	6	SEJ 364	1	1	6
SEJ 219	1	1	6	SEJ 376	1	1	6

Tabla 3. Puntuaciones de eficiencia y dimensión de los GI

Los coeficientes de correlación, entre las puntuaciones de eficiencia, tanto en el caso de RVE como en el de RCE y el tamaño del GI son muy pequeños:  $R^2_{RCE} = 0,0014$  y  $R^2_{RVE} = 0,002$ , evidenciando que la escala de operaciones de los grupos de

investigación no es estadísticamente significativa para explicar los índices de eficiencia. Además, el coeficiente de correlación entre los dos grupos de puntuaciones de eficiencia es 0,98.

Teniendo en cuenta el análisis anterior, el modelo del DEA que vamos a aplicar es el CCR con orientación output, y utilizaremos el programa el programa DEA Excel Solver del profesor Zhu (Zhu, 2002) para los cálculos.

### **3. EFICIENCIA TÉCNICA DE LOS GRUPOS DE INVESTIGACIÓN DEL ÁREA DE ECONOMÍA DE LA UMA**

La tabla 4 recoge la puntuación de eficiencia de cada GI. Puesto que la orientación del modelo es output, las puntuaciones de eficiencia son mayores o iguales que 1, siendo 1 para los GI potencialmente eficientes (para serlo además tendrán que tener holguras nulas, que en este caso las tienen).

#### **Grupos de investigación eficientes**

Como muestra la tabla 5, son 10 los GI eficientes, caracterizados por los valores medios en las variables que se recogen en la tabla 6.

El DEA también permite conocer la importancia relativa que cada uno de los inputs y outputs tiene en la puntuación de eficiencia de los GI, a partir de sus inputs y outputs virtuales, definidos como el producto del correspondiente valor real del output o input por el multiplicador asignado al GI en la solución óptima del programa.

Los valores virtuales permiten identificar áreas concretas de buenas prácticas productivas, debido a que las ponderaciones asignadas por el modelo a cada uno de los inputs y outputs se obtienen bajo la condición de maximizar la eficiencia de la UTD, y como ésta se define como el cociente entre la suma de outputs virtuales sobre la suma de inputs virtuales, las mayores ponderaciones serán asignadas a los outputs producidos en mayor cantidad y a los inputs menos utilizados. Un valor virtual alto, en un output o en un input, indica que la entidad en cuestión destaca

especialmente por exhibir un rendimiento productivo favorable en ese input o en ese output, frente a las demás.

G. I.	P. EFIC	G. I.	P. EFIC
SEJ 102	1,000	SEJ 229	2,017
SEJ 108	1,728	SEJ 265	1,250
SEJ 122	1,00	SEJ 284	1,000
SEJ 124	1,00	SEJ 312	1,260
SEJ 139	1,162	SEJ 314	1,809
SEJ 157	1,120	SEJ 349	1,518
SEJ 160	1,00	SEJ 354	1,000
SEJ 168	4,61	SEJ 356	1,000
SEJ 176	1,000	SEJ 362	1,495
SEJ 181	1,000	SEJ 363	1,000
SEJ 194	1,000	SEJ 364	1,000
SEJ 219	1,000	SEJ 376	1,000
<b>Eficiencia Media</b>			<b>1,332</b>

Tabla 4. Puntuación de eficiencia GI

	Todos	Ineficientes	Inefic – SEJ 168
<b>Número GI</b>	24	10	9
<b>Efic. Media</b>	1,33	1,79	1,48

Tabla 5. Eficiencias medias GI

Además de señalar los puntos fuertes y débiles en el rendimiento productivo de los GI, los inputs y los outputs virtuales indican la solidez de los GI eficientes. Valores virtuales altos en unas variables y bajos en otras indican una especialización, y la eficiencia alcanzada así no sería tanto el resultado de un buen rendimiento global como el resultado de una actuación atípicamente excelente en alguna variable particular, de forma que al no poder competir con ella ninguna otra UTD, se

convierte en eficiente.

	DOCT.	LICENC.	ARTIC.	LIBROS	TESIS	PROYEC
<b>Media</b>	4,36	1,71	14,07	13,36	2,43	7,07
<b>Desv. Típica</b>	1,76	0,88	7,85	6,70	2,23	6,78
<b>Coef. Var.</b>	0,40	0,51	0,56	0,50	0,92	0,96

**Tabla 6. Estadísticos descriptivos variables G. I. eficientes**

G. I.	DOCT.	LICENC.	ARTÍC.	LIBROS	TESIS	PROYEC
<b>SEJ 102</b>	0,151	0,132	0,019	0,008	0,093	0,019
<b>SEJ 122</b>	0,113	0,096	0,000	0,000	0,123	0,014
<b>SEJ 124</b>	0,118	0,057	0,014	0,013	0,040	0,012
<b>SEJ 160</b>	0,178	0,111	0,021	0,000	0,109	0,032
<b>SEJ 176</b>	0,140	0,054	0,016	0,000	0,070	0,026
<b>SEJ 181</b>	0,444	0,111	0,041	0,050	0,130	0,041
<b>SEJ 194</b>	0,233	0,033	0,029	0,000	0,081	0,038
<b>SEJ 219</b>	0,088	0,559	0,015	0,030	0,068	0,013
<b>SEJ 284</b>	0,206	0,175	0,000	0,000	0,225	0,025
<b>SEJ 354</b>	0,245	0,019	0,000	0,040	0,100	0,005
<b>SEJ 356</b>	0,340	0,320	0,043	0,055	0,070	0,032
<b>SEJ 363</b>	0,500	0,000	0,037	0,000	0,200	0,096
<b>SEJ 364</b>	0,168	0,159	0,021	0,027	0,035	0,016
<b>SEJ 376</b>	0,304	0,029	0,057	0,018	0,000	0,000

**Tabla 7. Multiplicadores óptimos GI eficientes**

Si multiplicamos los valores de los multiplicadores óptimos de outputs por los outputs reales de los GI obtenemos la proporción de cada output en la puntuación de eficiencia del GI (tabla 8) en la que la última columna indica el número de outputs que aportan una parte significativa (más del 25%) a la puntuación de eficiencia.

Los GI cuya eficiencia es más generalizable, por ser más los outputs con aportación significativa, son el SEJ 124 y el SEJ 176, mientras que los más especializados son el SEJ 122, el SEJ 219, el SEJ 363 y el SEJ 376.

El SEJ 122 es eficiente gracias a su producción de TESIS, el SEJ 219, gracias a sus resultados en la publicación de LIBROS, el SEJ 363 debido a los PROYECTOS y el SEJ 376 gracias a los ARTICULOS.

<b>G. I.</b>	<b>ARTIC.</b>	<b>LIBROS</b>	<b>TESIS</b>	<b>PROYEC</b>	<b>Nº O. SIGNIF.</b>
<b>SEJ 102</b>	35,26%	9,16%	55,58%	0,00%	2
<b>SEJ 122</b>	0,00%	0,00%	86,30%	13,70%	1
<b>SEJ 124</b>	33,74%	32,71%	3,98%	29,57%	3
<b>SEJ 160</b>	49,64%	0,00%	21,72%	28,65%	2
<b>SEJ 176</b>	36,16%	0,00%	35,14%	28,70%	3
<b>SEJ 181</b>	28,78%	50,00%	13,00%	8,22%	2
<b>SEJ 194</b>	57,80%	0,00%	0,00%	42,20%	2
<b>SEJ 219</b>	5,94%	68,23%	20,53%	5,31%	1
<b>SEJ 284</b>	0,00%	0,00%	67,50%	32,50%	2
<b>SEJ 354</b>	0,00%	60,14%	39,86%	0,00%	2
<b>SEJ 356</b>	34,72%	55,06%	7,04%	3,19%	2
<b>SEJ 363</b>	3,72%	0,00%	0,00%	96,28%	1
<b>SEJ 364</b>	27,94%	65,42%	3,48%	3,15%	2
<b>SEJ 376</b>	85,49%	14,51%	0,00%	0,00%	1
<b>Peso medio</b>	<b>28,51%</b>	<b>25,37%</b>	<b>25,30%</b>	<b>20,82%</b>	
<b>Frecuencia</b>	<b>9,00</b>	<b>6,00</b>	<b>5,00</b>	<b>6,00</b>	

**Tabla 8. Porcentajes de outputs virtuales G. I. eficientes**

Entre esos dos bloques están los restantes grupos de investigación eficientes.

De la tabla 8 también podemos deducir el peso en la eficiencia que tienen los distintos outputs, elementos que recoge la tabla 9, de la que lo más destacable es la

importancia que frente a los demás outputs tienen los artículos, algo previsible dado que es el output que más aparece.

	ARTIC.	LIBROS	TESIS	PROYEC.
<b>Peso Medio</b>	0,29	0,25	0,25	0,21
<b>Frec. Output Signif</b>	9	6	5	6
<b>Peso Máximo</b>	0,85	0,68	0,86	0,96

**Tabla 9. Aportación de los outputs a los GI eficientes**

El estudio de los inputs virtuales (tabla 10) para los GI eficientes es interesante porque muestra como reparten sus recursos los grupos a imitar.

	G. I.	DOCT.	LIC.	G. I.	DOCT.	LIC.
<b>SEJ 102</b>	60,50%	39,50%		<b>SEJ 219</b>	44,12%	55,88%
<b>SEJ 122</b>	90,41%	9,59%		<b>SEJ 284</b>	82,50%	17,50%
<b>SEJ 124</b>	82,94%	17,06%		<b>SEJ 354</b>	98,05%	1,95%
<b>SEJ 160</b>	88,89%	11,11%		<b>SEJ 356</b>	67,98%	32,02%
<b>SEJ 176</b>	83,87%	16,13%		<b>SEJ 363</b>	100,00%	0,00%
<b>SEJ 181</b>	88,89%	11,11%		<b>SEJ 364</b>	84,14%	15,86%
<b>SEJ 194</b>	93,36%	6,64%		<b>SEJ 376</b>	91,19%	8,81%
<b>FREC. Input Signif</b>	14	3		<b>Media</b>	83%	17%
<b>Máximo</b>	100%	56%		<b>Mínimo</b>	44%	0%

**Tabla 10. Porcentajes de inputs virtuales y estadísticos GI eficientes**

### Grupos de investigación ineficientes

El análisis de los GI ineficientes tiene más aspectos que el de los GI eficientes.

La primera cuestión es caracterizar los valores medios de las variables de los GI ineficientes (tabla 11).

	<b>P. Efic</b>	<b>DOCT.</b>	<b>LICENC.</b>	<b>ARTIC.</b>	<b>LIBROS</b>	<b>TESIS</b>	<b>PROYEC</b>
<b>Media</b>	1,79	4,50	3,00	9,30	8,80	2,20	3,90
<b>Desv. Típica</b>	0,98	2,06	1,84	6,90	7,33	1,60	2,70
<b>Coef. Var.</b>	0,54	0,46	0,61	0,74	0,83	0,73	0,69

**Tabla 11. Estadísticos descriptivos variables G. I. ineficientes**

También para los GI ineficientes el análisis de los valores virtuales de las variables es interesante.

<b>G. I.</b>	<b>P. Efic.</b>	<b>DOCT.</b>	<b>LICENC.</b>	<b>ARTÍC.</b>	<b>LIBROS</b>	<b>TESIS</b>	<b>PROYEC</b>
<b>SEJ 108</b>	1,728	0,576	0,000	0,065	0,000	0,180	0,092
<b>SEJ 139</b>	1,162	0,239	0,208	0,029	0,013	0,146	0,030
<b>SEJ 157</b>	1,120	0,224	0,000	0,035	0,015	0,002	0,013
<b>SEJ 168</b>	4,610	0,878	0,549	0,102	0,000	0,536	0,157
<b>SEJ 229</b>	2,017	0,672	0,000	0,000	0,000	0,448	0,103
<b>SEJ 265</b>	1,250	0,188	0,250	0,000	0,000	0,250	0,000
<b>SEJ 312</b>	1,261	0,420	0,000	0,000	0,066	0,160	0,012
<b>SEJ 314</b>	1,810	0,302	0,000	0,048	0,020	0,000	0,017
<b>SEJ 349</b>	1,519	0,124	0,055	0,014	0,014	0,040	0,012
<b>SEJ 362</b>	1,496	0,457	0,125	0,000	0,098	0,000	0,030

**Tabla 12. Multiplicadores óptimos G. I. ineficientes**

Aunque el análisis se centra en la comparación de resultados entre los GI, también es interesante, con vistas al estudio posterior de una posible función de producción teórica, analizar y comparar los resultados desde la perspectiva de los outputs (tabla 14).

Desde la perspectiva de los outputs lo más llamativo es que el output ARTÍCULOS pierde su papel preponderante a favor del output TESIS.

<b>G. I.</b>	<b>P. Efic.</b>	<b>ARTÍC</b>	<b>LIBROS</b>	<b>TESIS</b>	<b>PROYEC</b>	<b>Nº O. Sign.</b>
<b>SEJ 108</b>	1,728	45,16%	0,00%	17,97%	36,87%	2
<b>SEJ 139</b>	1,162	23,42%	14,44%	43,84%	18,30%	1
<b>SEJ 157</b>	1,120	67,20%	19,55%	0,17%	13,08%	1
<b>SEJ 168</b>	4,610	30,65%	0,00%	53,63%	15,72%	2
<b>SEJ 229</b>	2,017	0,00%	0,00%	89,66%	10,34%	1
<b>SEJ 265</b>	1,250	0,00%	0,00%	100,00%	0,00%	1
<b>SEJ 312</b>	1,261	0,00%	65,79%	31,91%	2,30%	2
<b>SEJ 314</b>	1,810	66,75%	24,53%	0,00%	8,71%	2
<b>SEJ 349</b>	1,519	33,97%	36,00%	24,12%	5,91%	3
<b>SEJ 362</b>	1,496	0,00%	88,13%	0,00%	11,87%	1

**Tabla 13. Porcentajes de outputs virtuales G. I. ineficientes**

	<b>ARTÍC.</b>	<b>LIBROS</b>	<b>TESIS</b>	<b>PROYEC</b>
<b>Peso Medio</b>	0,27	0,25	0,36	0,12
<b>Frec. Output Signif</b>	5	3	6	1
<b>Peso Máximo</b>	0,67	0,88	1,00	0,37

**Tabla 14. Estadísticas aportación outputs G. I. ineficientes**

Para los GI ineficientes el análisis de los inputs virtuales (tabla 15) es aún más importante puesto que su puntuación de eficiencia es la suma del consumo de los inputs, lo que explica como la puntuación de eficiencia refleja el exceso de inputs.

La tabla 15 muestra los GI ineficientes, penalizados en su puntuación por el excesivo consumo de inputs en comparación con los GI eficientes y como se reparte ese exceso de inputs.

El análisis de los GI ineficientes se completa con la parte que les es específica, la determinación de sus objetivos de eficiencia (tabla 16) es decir, los valores de inputs



y outputs que los hacen eficientes y el camino de alcanzarlos a partir de la determinación de los referentes de cada GI ineficiente (tabla 17).

<b>G. I.</b>	<b>P. Efic.</b>	<b>DOCT.</b>	<b>LIC.</b>
<b>SEJ 108</b>	1,728	172,81%	0,00%
<b>SEJ 139</b>	1,162	95,43%	20,77%
<b>SEJ 157</b>	1,120	112,04%	0,00%
<b>SEJ 168</b>	4,610	351,25%	109,76%
<b>SEJ 229</b>	2,017	201,72%	0,00%
<b>SEJ 265</b>	1,250	75,00%	50,00%
<b>SEJ 312</b>	1,261	126,07%	0,00%
<b>SEJ 314</b>	1,810	181,00%	0,00%
<b>SEJ 349</b>	1,519	124,38%	27,48%
<b>SEJ 362</b>	1,496	137,09%	12,46%
<b>Frec. Input Signif</b>		10	4
<b>Media</b>		158%	22%

Tabla 15. Porcentajes de inputs virtuales G. I. ineficientes

<b>G. I.</b>	<b>DOCT.</b>	<b>LICENC.</b>	<b>ARTÍC.</b>	<b>LIBROS</b>	<b>TESIS</b>	<b>PROYEC.</b>
<b>SEJ 108</b>	3,00	1,63	12,10	9,24	1,73	6,91
<b>SEJ 139</b>	4,00	1,00	9,30	12,78	3,49	6,97
<b>SEJ 157</b>	5,00	2,24	21,29	14,56	1,12	11,20
<b>SEJ 168</b>	4,00	2,00	13,83	11,47	4,61	4,61
<b>SEJ 229</b>	3,00	1,94	11,92	9,03	4,03	2,02
<b>SEJ 265</b>	4,00	2,00	15,88	10,38	5,00	1,25
<b>SEJ 312</b>	3,00	1,69	11,17	12,61	2,52	2,52
<b>SEJ 314</b>	6,00	2,95	25,34	21,72	1,88	9,05
<b>SEJ 349</b>	10,00	5,00	36,45	39,48	9,11	7,59
<b>SEJ 362</b>	3,00	1,00	6,47	13,46	1,72	5,98

Tabla 16. Objetivos de eficiencia GI ineficientes

Una unidad productiva elegirá los multiplicadores que destaquen sus mejores niveles de inputs o de outputs. El grupo de referencia de las unidades productivas ineficientes está constituido justamente por las UTDs que obtienen la eficiencia máxima cuando se les aplican las mismas ponderaciones que a la entidad que se evalúa, es decir, que tienen una estructura de producción similar a ella.

G. I.	REFERENTES										
	Inefic	PESO	GI	PESO	GI	PESO	GI	PESO	GI	PESO	GI
SEJ 108	0,248	SEJ 102	0,241	SEJ 124	0,080	SEJ 194					
SEJ 139	0,060	SEJ 102	0,112	SEJ 122	0,031	SEJ 160	0,428	SEJ 284	0,248	SEJ 354	
SEJ 157	0,199	SEJ 124	0,107	SEJ 160	0,414	SEJ 194	0,708	SEJ 356			
SEJ 168	0,539	SEJ 102	0,067	SEJ 122	0,042	SEJ 160	0,274	SEJ 284			
SEJ 229	0,595	SEJ 102	0,155	SEJ 284							
SEJ 265	0,600	SEJ 102	0,200	SEJ 122							
SEJ 312	0,242	SEJ 102	0,908	SEJ 181	0,054	SEJ 284					
SEJ 314	0,100	SEJ 124	0,434	SEJ 194	1,783	SEJ 356					
SEJ 349	0,766	SEJ 102	0,028	SEJ 124	0,387	SEJ 284	0,365	SEJ 354	1,867	SEJ 356	
SEJ 362	0,546	SEJ 181	0,362	SEJ 284	0,092	SEJ 364					

Tabla 17. Grupos de referencia GI ineficientes

La composición del grupo de referencia de cada uno de los GI ineficientes es muy importante a la hora de implementar estrategias encaminadas a mejorar la eficiencia y es una de las características más atractivas del DEA frente a los métodos paramétricos. Las prácticas productivas de cada GI ineficiente se comparan con las de los GI eficientes que forman parte de su grupo de referencia.

La composición del grupo de referencia para cada grupo de investigación ineficiente se complementa con la información sobre el peso que cada GI eficiente tiene en la determinación de la UTD ficticia con el que ha sido comparado cada uno de los GI ineficientes. A la hora de adoptar medidas correctoras encaminadas a alcanzar la eficiencia, se deberá prestar más atención a los grupos de investigación del grupo de referencia que tengan más peso.

Los grupos de referencia no dan información solamente sobre los GI ineficientes. También dan información importante sobre los grupos de investigación eficientes, la frecuencia con que aparecen como referentes de los grupos de información ineficientes y el peso con que lo hacen. Utilizamos tanto el peso medio como el peso total definido como el producto de la frecuencia por el peso medio.

<b>G. I.</b>	<b>FREC.</b>	<b>P. MEDIO</b>	<b>P. TOTAL</b>
<b>SEJ 364</b>	1	0,09	0,09
<b>SEJ 181</b>	2	0,73	1,45
<b>SEJ 354</b>	2	0,31	0,61
<b>SEJ 122</b>	3	0,13	0,38
<b>SEJ 160</b>	3	0,06	0,18
<b>SEJ 194</b>	3	0,31	0,93
<b>SEJ 356</b>	3	1,45	4,36
<b>SEJ 124</b>	4	0,14	0,57
<b>SEJ 284</b>	6	0,28	1,66
<b>SEJ 102</b>	7	0,44	3,05

Tabla 18. Frecuencia y peso total GI referentes

Es evidente la importancia de los GI SEJ 356, SEJ 124, SEJ 284 y SEJ 102.

### **Comparación de inputs y outputs de los GI eficientes e ineficientes**

Las diferencias entre los grupos de investigación eficientes y los ineficientes se recogen en la tabla 19. Las más significativas aparecen en el input LICENCIADOS y el output PROYECTOS, seguidos de ARTÍCULOS y LIBROS.

## **4. ANÁLISIS DE LA SENSIBILIDAD**

El Análisis Envolvente de Datos es una técnica de naturaleza determinista, por lo que no dispone de criterios estadísticos que permitan valorar los resultados obtenidos, ni determinar la sensibilidad de los mismos a las posibles variaciones,

tanto en los datos como en los modelos.

	DOCT.	LICENC.	ARTIC.	LIBROS	TESIS	PROYEC
<b>Media G. I. Efic.</b>	4,36	1,71	14,07	13,36	2,43	7,07
<b>Media G. I. Inefic.</b>	4,50	3,00	9,30	8,80	2,20	3,90
<b>Dif. Medias</b>	<b>-0,14</b>	<b>-1,29</b>	<b>4,77</b>	<b>4,56</b>	<b>0,23</b>	<b>3,17</b>

**Tabla 19. Diferencias en las medias de los G. I. eficientes e ineficientes**

Tenemos pues dos análisis de sensibilidad potenciales, uno referido a los posibles errores en los valores de inputs de outputs, y otro a la especificación del modelo, que puede deberse a una elección incorrecta de los rendimientos a escala, o a la inclusión o exclusión de algún input u output.

Puesto que es esta segunda cuestión la más interesante, nos centraremos en ella.

### **Sensibilidad de los resultados respecto a las variables: supresión de 1 output**

El modelo básico que hemos desarrollado incluye 2 inputs y 4 outputs, realizaremos un análisis de sensibilidad basado en comparar las puntuaciones de eficiencia de los GI del modelo inicial, completo, con las seis variables con los resultados de modelos alternativos. Puesto que ya hemos comparado los resultados de utilizar RVE frente a RCE los cambios que haremos serán suprimir un output y un inputs de forma secuencial y comparar los resultados con los del modelo original con 6 variables con cada uno de los modelos con 5 variables posibles.

Las puntuaciones de eficiencia se recogen en las tablas 20 y 21; el encabezamiento de la columna indica el output suprimido. La última columna indica la puntuación media de eficiencia de cada grupo de investigación para que podamos compararla con la puntuación de eficiencia original.

Como muestra la tabla 20, el output cuya supresión más afecta en promedio a la puntuación de eficiencia de los GI eficientes es LIBROS, mientras que el que menos los afecta es TESIS.

<b>G. I.</b>	<b>-ART.</b>	<b>-LIBROS</b>	<b>-TESIS</b>	<b>-PROYEC.</b>	<b>EFIC. MEDIA</b>
<b>SEJ 122</b>	1,00	1,00	1,00	1,00	<b>1</b>
<b>SEJ 102</b>	1,00	1,00	1,02	1,00	<b>1,004</b>
<b>SEJ 284</b>	1,00	1,00	1,00	1,05	<b>1,013</b>
<b>SEJ 354</b>	1,00	1,00	1,07	1,00	<b>1,017</b>
<b>SEJ 124</b>	1,00	1,00	1,00	1,19	<b>1,048</b>
<b>SEJ 356</b>	1,00	1,22	1,00	1,00	<b>1,054</b>
<b>SEJ 181</b>	1,00	1,38	1,00	1,00	<b>1,096</b>
<b>SEJ 194</b>	1,39	1,00	1,00	1,00	<b>1,098</b>
<b>SEJ 160</b>	1,44	1,00	1,00	1,00	<b>1,111</b>
<b>SEJ 176</b>	1,19	1,00	1,13	1,18	<b>1,126</b>
<b>SEJ 219</b>	1,00	1,56	1,00	1,00	<b>1,139</b>
<b>SEJ 364</b>	1,00	1,85	1,00	1,00	<b>1,211</b>
<b>SEJ 376</b>	1,88	1,00	1,00	1,00	<b>1,219</b>
<b>SEJ 363</b>	1,00	1,00	1,00	2,00	<b>1,25</b>
<b>Efic. Media</b>	<b>1,136</b>	<b>1,143</b>	<b>1,016</b>	<b>1,101</b>	<b>1,099</b>
<b>Número G. I. Efic.</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>10</b>	

**Tabla 20. Puntuaciones de eficiencia 1 output suprimido G. I. eficientes**

Respecto a los GI los más sólidos en su puntuación de eficiencia son el SEJ 122, el SEJ 102, el SEJ 284, el SEJ 354 y el SEJ 124.

Al contrario que los GI eficientes, el output cuya supresión más afecta a los GI ineficientes es TESIS, como muestra la tabla 21. La razón es que este output es comparativamente el que menos varía entre los GI eficientes y los ineficientes.

<b>G. I.</b>	<b>4-OUT</b>	<b>-ARTIC</b>	<b>-LIBROS</b>	<b>-TESIS</b>	<b>-PROYEC</b>	<b>E.MEDIA -1OUT</b>
<b>SEJ 108</b>	<b>1,73</b>	2,34	1,73	1,86	2,05	<b>1,99</b>
<b>SEJ 139</b>	<b>1,16</b>	1,18	1,21	1,37	1,33	<b>1,27</b>
<b>SEJ 157</b>	<b>1,12</b>	1,56	1,24	1,12	1,25	<b>1,29</b>
<b>SEJ 168</b>	<b>4,61</b>	4,70	4,61	6,57	5,00	<b>5,22</b>

<b>SEJ 229</b>	<b>2,02</b>	2,02	2,02	3,75	2,13	<b>2,48</b>
<b>SEJ 265</b>	<b>1,25</b>	1,25	1,25	3,28	1,25	<b>1,76</b>
<b>SEJ 312</b>	<b>1,26</b>	1,26	1,83	1,50	1,27	<b>1,46</b>
<b>SEJ 314</b>	<b>1,81</b>	2,30	2,12	1,81	1,92	<b>2,04</b>
<b>SEJ 349</b>	<b>1,52</b>	1,53	1,79	1,71	1,54	<b>1,64</b>
<b>SEJ 362</b>	<b>1,50</b>	1,50	2,13	1,50	1,60	<b>1,68</b>
<b>Efic. Media</b>	<b>1,80</b>	<b>1,96</b>	<b>1,99</b>	<b>2,45</b>	<b>1,93</b>	<b>2,1</b>

**Tabla 21. Eficiencias modelos 1 output suprimido GI ineficientes**

La tabla 22 resume las variaciones globales. Las eficiencias medias y la variación en el número de GI eficientes nos indican que el output cuya supresión altera más las puntuaciones de eficiencia es TESIS. Aunque en general parece que los GI eficientes se ven poco afectados por la supresión de un output, el que más afecta es LIBROS. La situación cambia para los GI ineficientes, cuyas puntuaciones varían mucho más en general y se ven más afectadas por la supresión del output TESIS.

	<b>4-OUTPUTS</b>	<b>-ARTIC</b>	<b>-LIBROS</b>	<b>-TESIS</b>	<b>-PROYEC</b>
<b>Eficiencia media</b>	1,33	1,48	1,5	1,61	1,45
<b>Nº GI Efici.</b>	14	9	10	12	10

**Tabla 22. Comparación eficiencias medias y nº GI eficientes 1 output suprimido**

	<b>4-OUT</b>	<b>-ARTIC</b>	<b>-LIBROS</b>	<b>-TESIS</b>	<b>-PROYEC</b>
<b>4-OUT</b>	1				
<b>-ARTIC</b>	0,950	1			
<b>-LIBROS</b>	0,946	0,872	1		
<b>-TESIS</b>	0,929	0,851	0,849	1	
<b>-PROYEC</b>	0,969	0,918	0,897	0,888	1

**Tabla 23. Correlaciones puntuaciones de eficiencia modelos 1 output suprimido**

La tabla 23 muestra las correlaciones entre las puntuaciones de eficiencia de los 5 modelos. Superiores al 85% en todos los casos, los resultados del modelo son

robustos.

A pesar de que la correlación entre los modelos es alta, resultan lógicas las diferencias, puesto que se están midiendo eficiencias correspondientes a modelos diferentes.

### Sensibilidad de los resultados respecto a las variables: supresión de 1 input

Al igual que hemos calculado las puntuaciones de eficiencia eliminando uno de los outputs se pueden calcular eliminando uno de los inputs. Los resultados se recogen en las tablas 24, 25 y 26. En este caso, el encabezamiento de la columna indica el input que permanece.

G. I.	DOCT.	LICEN.	Media	G. I.	DOCT.	LICEN.	Media
SEJ 102	1,00	3,29	2,145	SEJ 219	1,03	1,00	1,015
SEJ 122	1,23	1,00	1,113	SEJ 284	1,00	1,00	1,000
SEJ 124	1,00	1,41	1,207	SEJ 354	1,02	1,15	1,084
SEJ 160	1,00	1,00	1,000	SEJ 356	1,00	2,00	1,499
SEJ 176	1,006	2,56	1,782	SEJ 363	1,00	2,60	1,800
SEJ 181	1,00	2,09	1,543	SEJ 364	1,04	1,00	1,021
SEJ 194	1,00	1,91	1,453	SEJ 376	1,00	4,49	2,745
<b>MEDIA TOTAL</b>					<b>1,02</b>	<b>1,9</b>	<b>1,458</b>
<b>Nº G. I. EFIC</b>					<b>9</b>	<b>5</b>	

Tabla 24. Eficiencias modelos 1 input suprimido G I eficientes

La tabla 27 muestra que las puntuaciones de eficiencia, a pesar de suprimir un input tienen una correlación alta, mientras que la comparación de las puntuaciones de eficiencia indica que el input DOCTORES es mucho más importante que el input LICENCIADOS como muestra la variación media de las puntuaciones de eficiencia, tanto en el caso de GI eficientes como ineficientes.

<b>G. I.</b>	<b>DOCT + LICEN</b>	<b>DOCT.</b>	<b>LICEN.</b>	<b>MEDIA</b>
<b>SEJ 108</b>	1,73	1,73	5,29	3,509
<b>SEJ 139</b>	1,16	1,31	1,48	1,392
<b>SEJ 157</b>	1,12	1,12	5,89	3,504
<b>SEJ 168</b>	4,61	4,76	14,00	9,379
<b>SEJ 229</b>	2,02	2,02	7,00	4,509
<b>SEJ 265</b>	1,25	1,42	3,50	2,459
<b>SEJ 312</b>	1,26	1,26	5,92	3,588
<b>SEJ 314</b>	1,81	1,81	8,01	4,912
<b>SEJ 349</b>	1,52	1,54	3,40	2,471
<b>SEJ 362</b>	1,50	1,52	2,14	1,830
<b>MEDIA</b>	<b>1,80</b>	<b>1,85</b>	<b>5,66</b>	<b>3,75</b>

Tabla 25. Eficiencias modelos 1 input suprimido GI ineficientes

	<b>DOCT. Y LICEN.</b>	<b>DOCT.</b>	<b>LICEN.</b>
<b>Todos G. I.</b>	<b>1,332</b>	<b>1,367</b>	<b>3,463</b>
<b>G. I. eficientes</b>	<b>1</b>	<b>1,02</b>	<b>1,9</b>
<b>G. I. ineficientes</b>	<b>1,80</b>	<b>1,85</b>	<b>5,66</b>
<b>Nº G. I. EFIC</b>	<b>14</b>	<b>9</b>	<b>5</b>

Tabla 26. Comparación eficiencias medias supresión 1 input

	<b>DOC. + LIC.</b>	<b>DOC.</b>	<b>LIC.</b>
<b>DOC. + LIC.</b>	1		
<b>DOCT.</b>	0,997	1	
<b>LIC.</b>	0,873	0,857	1

Tabla 27. Correlaciones eficiencias modelos 1 input suprimido



## CAPITULO 3. ORDENACIÓN DE LOS GRUPOS DE INVESTIGACIÓN EFICIENTES

Básicamente, el DEA diferencia entre UTDs eficientes e ineficientes, localizando ineficiencias allí donde los modelos de regresión las ocultan, pero no ordena las UTDs eficientes ni las ineficientes, a pesar del interés que tal ordenación de los GI tendría.

Como muestra de la importancia de esta ordenación, basta ver en la literatura del DEA el número de artículos dedicados a este tema, más de 60 en la última década, sin contar los dedicados a las restricciones sobre los multiplicadores óptimos como procedimiento de obtener un grupo de unidades eficientes más pequeño.

Los procedimientos que ordenan las UTDs eficientes son básicamente cuatro:

- a. Matriz de eficiencias cruzadas.
- b. Supereficiencia.
- c. Correlación canónica.
- d. Ratio discriminante.

A ellos hay que añadir el procedimiento de las frecuencias que es el más simple, aunque no proporciona una ordenación total.

### 1. MÉTODO DE LAS FRECUENCIAS DE LOS REFERENTES

El procedimiento más simple de todos, propuesto por Smith y Mayston (1987), es el método de las frecuencias, que consiste en caracterizar a las UTDs eficientes como “más o menos eficientes” en función de su frecuencia de aparición como referentes

de las UTDs ineficientes y del peso con que lo hacen.

<b>G. I.</b>	<b>FREC.</b>	<b>P. MEDIO</b>	<b>PESO TOTAL</b>
<b>SEJ 102</b>	<b>7</b>	<b>0,44</b>	<b>3,08</b>
<b>SEJ 284</b>	<b>6</b>	0,28	1,68
<b>SEJ 124</b>	<b>4</b>	0,14	<b>0,56</b>
<b>SEJ 122</b>	3	0,13	0,39
<b>SEJ 160</b>	3	0,06	0,18
<b>SEJ 194</b>	3	0,31	0,93
<b>SEJ 356</b>	3	<b>1,45</b>	<b>4,35</b>
<b>SEJ 181</b>	2	<b>0,73</b>	<b>1,46</b>
<b>SEJ 354</b>	2	0,31	0,62
<b>SEJ 364</b>	1	0,09	0,09

**Tabla 28. Frecuencia y peso GI eficientes y referentes**

Como muestran la tabla 28 y el gráfico 3 los GI cuya práctica es más interesante son el SEJ 102, el SEJ 284 y en menor medida el SEJ 124. Si nos fijamos en cambio en el peso total, los más interesantes son el SEJ 356 y el SEJ 102.

Es evidente que ambos factores se deben tener en cuenta para realizar la valoración de los GI eficientes. Conjuntamente, el GI más interesante es el SEJ 102.

## **2. MÉTODO DE LA MATRIZ DE EFICIENCIAS CRUZADAS**

El método fue desarrollado por Sexton et al. (1986), y se puede considerar como el primero específicamente ideado para generar una ordenación completa de las UTDs, tanto eficientes como ineficientes.

El método de la matriz de eficiencias o de las eficiencias cruzadas como también se le denomina, utiliza todos los multiplicadores obtenidos en el modelo multiplicador del DEA para generar  $n$  ( $n$  es el número de UTDs que se están comparando) puntuaciones de eficiencia, análogas a las originales del DEA, para cada UTD,

calculando para cada una de ellas el valor:

$$h_{kj} = \frac{\sum_{r=1}^s u_{rk} y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_{ik} x_{ij}}$$

donde los  $u_{rk}$  y los  $v_{ik}$  son los multiplicadores óptimos obtenidos por el DEA para la correspondiente UTD.

En términos del DEA,  $h_{kj}$  es la puntuación de eficiencia de la UTD  $j$  obtenida con los multiplicadores de la UTD  $k$ . Estos  $h_{kj}$  son las entradas de la matriz de eficiencias cruzadas. Todos los elementos de la matriz están entre 0 y 1 y los elementos de la diagonal,  $h_{kk}$  son las puntuaciones originales de eficiencia que el DEA da a la UTD  $k$ .

Si los multiplicadores no fueran únicos, se pueden aplicar técnicas de programación por objetivos para elegir entre las soluciones óptimas, como en Sexton et al (1986), y Oral et al. (1991).

En nuestro caso, modelo con orientación output, la puntuación sería:

$$h_{kj} = \frac{\sum_{i=1}^m v_{ik} x_{ij}}{\sum_{r=1}^s u_{rk} y_{rj}}$$

Todos los elementos de la matriz serían mayores o iguales que 1 y los elementos de la diagonal,  $h_{kk}$  son las puntuaciones originales de eficiencia que el DEA da a la UTD  $k$ .

Una vez generada la matriz, las componentes de cada vector columna de la misma son las distintas puntuaciones de eficiencia de la misma UTD obtenidas con los multiplicadores correspondientes a la UTD de la fila, por lo que hay que resumirlas

en un único valor, normalmente la media:

$$\bar{h}_k = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n h_{kj}$$

la mediana, (Green et al. 1996) por ser un estadístico robusto o cualquier otro estadístico obtenido de la columna de eficiencias de la UTD k.

A partir del valor medio elegido se ordenan las UTDs, asignando a la UTD con puntuación menor el rango 1 y a la que tiene puntuación mayor el rango n.

Las columnas de la matriz de eficiencias cruzadas tienen dos aplicaciones en el DEA. En primer lugar, los estadísticos calculados a partir de ellas permiten la ordenación directa de todas las UTDs eficientes, y los posibles empates se pueden deshacer con cualquier criterio complementario.

En segundo lugar, las medidas de eficiencias cruzadas de una UTD eficiente se pueden utilizar para cualificar su eficiencia, de forma que si sus eficiencias cruzadas están alejadas de 1, indicará que su eficiencia se basa en un conjunto de ponderaciones atípicas, distinta de las empleadas por el resto de las UTDs, mientras que si están próximas a 1 pondrá de manifiesto que la eficiencia de la entidad en cuestión se mantiene con la estructura de ponderaciones aplicadas por el resto de entidades, y, por tanto, que sus prácticas son similares a las de las demás, que son fácilmente generalizables y que la unidad productiva es genuinamente eficiente.

Es cierto que cualquier promedio representa mejor la puntuación de eficiencia de una UTD que su puntuación de eficiencia original, puesto que utiliza todas las puntuaciones de eficiencia y la ordenación es consistente, puesto que todas las UTDs se evalúan con el mismo conjunto de ponderaciones, lo que no ocurre con las puntuaciones originales del DEA, pero se pierde la interpretación de las puntuaciones de referencia y su relación directa con los coeficientes de ponderación y nos apartamos algo del espíritu del DEA para aproximarnos al de los métodos de regresión.

G. I.	MEDIANA	EFIC. DEA	G. I.	MEDIANA	EFIC. DEA
SEJ 102	1,00	1,000	SEJ 229	2,87	2,017
SEJ 108	2,11	1,728	SEJ 265	2,01	1,250
SEJ 122	1,24	1,000	SEJ 284	1,00	1,000
SEJ 124	1,11	1,000	SEJ 312	2,04	1,261
SEJ 139	1,25	1,162	SEJ 314	2,64	1,810
SEJ 157	1,88	1,120	SEJ 349	1,76	1,519
SEJ 160	1,01	1,000	SEJ 354	1,11	1,000
SEJ 168	5,26	4,610	SEJ 356	1,26	1,000
SEJ 176	1,13	1,000	SEJ 362	2,14	1,496
SEJ 181	1,26	1,000	SEJ 363	1,86	1,000
SEJ 194	1,40	1,000	SEJ 364	1,44	1,000
SEJ 219	1,56	1,000	SEJ 376	2,18	1,000

**Tabla 29. Medianas columnas matriz de eficiencias cruzadas y puntuaciones DEA originales**

En nuestro caso, la matriz de eficiencias cruzadas no se puede calcular completamente, pues uno de los denominadores es 0, para el SEJ 194, por lo que vamos a tomar como medida correspondiente de eficiencia las medianas de las componentes de los vectores.

Lo más destacable de esta comparación es la aparición entre los primeros, el octavo, según la matriz de eficiencias cruzadas del SEJ 139 que no es DEA-eficiente pero sí lo sería según las eficiencias cruzadas y, en sentido opuesto, los SEJ 363 y SEJ 376 que son DEA-eficientes pero que según las medianas, pasarían a los últimos lugares, es decir que su eficiencia no sería genuina, sino debida a algún valor extremo.

El SEJ 139 a pesar de ser ineficiente tiene sus outputs muy compensados, por eso ocupa un lugar entre los primeros según la matriz de eficiencias cruzadas.

Los SEJ 363 y 376, como ya se indicó en el capítulo 2, deben su eficiencia básicamente a destacar en la producción de un solo output con pocos inputs.

G. I.	MEDIANA	ORDEN	G. I.	MEDIANA	ORDEN
SEJ 284	1,000	1	SEJ 219	1,556	13
SEJ 102	1,000	2	SEJ 349	1,759	14
SEJ 160	1,010	3	SEJ 363	1,859	15
SEJ 124	1,107	4	SEJ 157	1,877	16
SEJ 354	1,111	5	SEJ 265	2,008	17
SEJ 176	1,132	6	SEJ 312	2,037	18
SEJ 122	1,237	7	SEJ 108	2,105	19
SEJ 139	1,248	8	SEJ 362	2,143	20
SEJ 181	1,260	9	SEJ 376	2,182	21
SEJ 356	1,263	10	SEJ 314	2,640	22
SEJ 194	1,404	11	SEJ 229	2,874	23
SEJ 364	1,436	12	SEJ 168	5,261	24

Tabla 30. Ordenación GI método de la matriz de eficiencias cruzadas

En el caso del SEJ 363 son dos doctores y 2 licenciados que llevan 10 proyectos, lo que implica un índice de productividad parcial para ese output de 2,5, de los más altos. Algo similar ocurre con el SEJ 376, cuya DEA-eficiencia depende básicamente de su productividad en artículos de las más altas en ese output.

### 3. MÉTODO DE SUPEREFICIENCIA

El segundo método para ordenar las UTDs es el método de la supereficiencia, formulado por Andersen y Petersen (1993) y perfeccionado por Wilson (1995).

Al igual que el procedimiento de la matriz de eficiencias cruzadas, este está íntimamente relacionado con el DEA, pues consiste en resolver un programa de

programación lineal, similar al convencional en el DEA, pero que evita los empates en unos, es decir, entre las puntuaciones asignadas a las UTDs eficientes y permite, por tanto, establecer una ordenación de los centros eficientes.

La particularidad del método consiste en eliminar del programa original la restricción correspondiente a la UTD bajo estudio, con lo que los parámetros que se optimizan dejan de estar acotados inferiormente por 1, y sus valores se alejan inferiormente más de 1 cuanto más eficiente es la UTD en cuestión.

La razón de que este procedimiento evite los empates en unos es clara, si cuando se incluye la UTD evaluada en las restricciones el máximo valor de la función objetivo es 1, y esa UTD es su propio referente, cuando se elimina la restricción correspondiente a ella, el máximo valor que podrá alcanzar será entonces menor que 1 (en un modelo con orientación output).

Para una UTD eficiente la diferencia entre 1, su puntuación de eficiencia y su puntuación de supereficiencia indica el empeoramiento que podría soportar sin dejar de ser eficiente. En la versión minimizadora de inputs, las entidades eficientes en el modelo convencional obtendrán una ratio igual o superior a la unidad, indicando el complementario a 1 de este valor el incremento de inputs que se podrían permitir estos centros sin dejar de ser eficientes.

A diferencia del método de las eficiencias cruzadas, este procedimiento no altera la puntuación de las UTDs ineficientes puesto que no forman parte de su conjunto de referencia, por lo que sus puntuaciones de eficiencia y de supereficiencia son las mismas.

Wilson (1995) se centró en la determinación de las UTDs eficientes atípicas, caracterizadas por un índice de supereficiencia muy bajo o muy alto según la orientación o no factible. El límite de este valor de supereficiencia es una cuestión abierta; Mancebón (1996) propone como límite 0,8, mientras que Wilson (1995) lo rebaja a 0,6.

G. I.	P. SUPEREFIC.	G. I.	P. SUPEREFIC.
SEJ 122	0,500	SEJ 181	0,966
SEJ 284	0,648	SEJ 176	0,990
SEJ 160	0,665	SEJ 157	1,120
SEJ 102	0,667	SEJ 139	1,162
SEJ 363	0,714	SEJ 265	1,250
SEJ 354	0,786	SEJ 312	1,261
SEJ 364	0,789	SEJ 362	1,496
SEJ 124	0,795	SEJ 349	1,519
SEJ 219	0,855	SEJ 108	1,728
SEJ 194	0,869	SEJ 314	1,810
SEJ 356	0,923	SEJ 229	2,017
SEJ 376	0,955	SEJ 168	4,610

**Tabla 31. Puntuaciones de output-supereficiencia**

Mancebón (1996) propone también que para que una UTD sea calificada de atípica su puntuación de supereficiencia debe estar muy alejada de 1 en las dos orientaciones del modelo.

Como nuestro modelo se plantea en términos de maximización del output, las tasas obtenidas por los centros eficientes en el modelo convencional serán iguales o inferiores a 1.

Como hemos visto, estos grupos de investigación supereficientes se deben caracterizar como auténticamente eficientes o eficientes atípicos, aunque esa clasificación sea algo arbitraria, como lo es la determinación del punto de corte que hemos puesto en 0,6, de acuerdo con Wilson (1995).

Como indica la tabla 31 el único grupo de investigación atípico es el SEJ 122, mientras que todos los demás son genuinamente eficientes.



G. I.	Superef. inputs	G. I.	Superef. Inputs
SEJ 122	1,998	SEJ 181	1,035
SEJ 284	1,542	SEJ 176	1,010
SEJ 160	1,504	SEJ 157	0,893
SEJ 102	1,500	SEJ 139	0,861
SEJ 363	1,400	SEJ 265	0,800
SEJ 354	1,272	SEJ 312	0,793
SEJ 364	1,268	SEJ 362	0,669
SEJ 124	1,258	SEJ 349	0,659
SEJ 219	1,169	SEJ 108	0,579
SEJ 194	1,151	SEJ 314	0,553
SEJ 356	1,083	SEJ 229	0,496
SEJ 376	1,047	SEJ 168	0,216

Tabla 32. Puntuación Input-supereficiencia

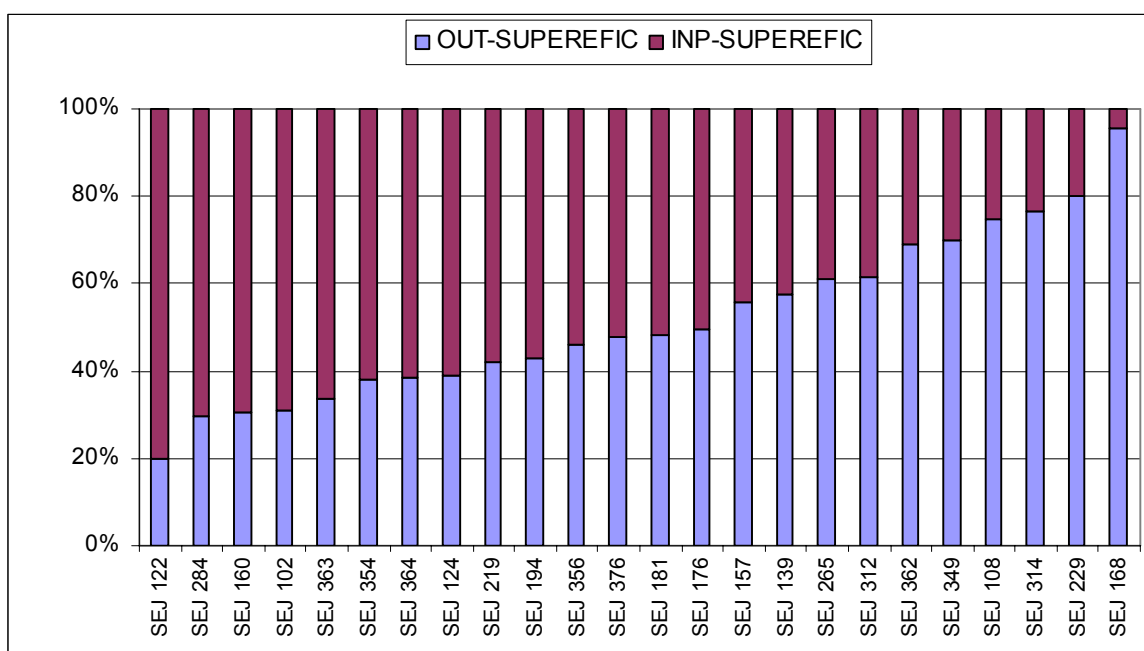


Gráfico 2. Puntuaciones de supereficiencia de inputs y de outputs

Esta clasificación de eficiencia se debe comparar con la supereficiencia con orientación input, para establecer su consistencia. Como muestra la gráfica 2, las dos puntuaciones son consistentes.

El método de la supereficiencia tiene también algunos inconvenientes. El primero es el problema de la interpretación de la ordenación obtenida; puesto que para obtener la ordenación de supereficiencia las UTDs eficientes se evalúan con multiplicadores diferentes, no serían realmente comparables.

En segundo lugar, la supereficiencia da a las UTD “especializadas” una puntuación excesivamente alta. Este problema se puede evitar o al menos corregir completando la clasificación con el método de las regiones de seguridad, como indica Sueyoshi (1999). En nuestro caso es claro que el primer grupo de UTDs supereficientes se aprovechan de sus altas productividades parciales. Los SEJ 102 y SEJ 122 tienen productividades parciales muy altas en los outputs ARTÍCULOS y TESIS. El SEJ 160 tiene la productividad más alta en el output ARTÍCULOS. El SEJ 284 tiene la productividad parcial más alta en PROYECTOS y de las más altas LIBROS.

En tercer lugar, no es este el caso, el programa de supereficiencia puede no tener solución. Thrall (1996) Zhu (1996), Dula y Hickman (1997) y Seiford y Zhu (1999) estudian las condiciones bajo las cuales aparece esta imposibilidad y Mehrabian et al. (1999) proponen modificaciones a la formulación del dual para asegurar la existencia de solución admisible.

En cuarto lugar, la supereficiencia no ordena todas las UTDs, solo las eficientes.

A pesar de estos inconvenientes el método de la supereficiencia es uno de los procedimientos de ordenación total de las UTDs más utilizados, por su sencillez, pues solo hay que volver a aplicar el DEA con una restricción menos.

La tabla 33 muestra los valores medios de las variables para los grupos de investigación eficientes, ineficientes y supereficientes.

	DOCT.	LICENC.	ARTIC	LIBROS	TESIS	PROYEC
<b>G. I. EFIC.</b>	4,36	1,71	14,07	13,36	2,43	7,07
<b>G. I. INEF.</b>	4,50	3,00	9,30	8,80	2,20	3,90
<b>G. I. SUPEREFIC.</b>	4,08	1,77	13,46	13,54	2,08	6,85

Tabla 33. Inputs y outputs medios G. I. supereficientes

Como vemos hay muy poca diferencia entre las estadísticas de los G. I. eficientes y las de los supereficientes.

#### 4. MÉTODO DE LA CORRELACIÓN CANÓNICA

En el entorno del DEA, el análisis de correlación canónica es un procedimiento para determinar vectores únicos de pesos de inputs y outputs, comunes a todas las unidades, para construir con ellos combinaciones lineales de inputs y outputs de componentes:

$$Z_j = V_1x_{1j} + V_2x_{2j} + \dots + V_mx_{mj}$$

y

$$W_j = U_1y_{1j} + U_2y_{2j} + \dots + U_sy_{sj}$$

de forma que se maximice el cociente definido como:

$$r_{ZW} = \frac{\vec{V}^T S_{XY} \vec{U}}{\sqrt{\left( \vec{V}^T S_{XX} \vec{V} \right) \left( \vec{U}^T S_{YY} \vec{U} \right)}}$$

sujeto a:

$$\vec{V}^T S_{XX} \vec{V} = 1$$

$$\vec{U}^T S_{YY} \vec{U} = 1$$

donde  $S_{xx}$ ,  $S_{yy}$  y  $S_{xy}$  son las matrices de sumas de cuadrados y sumas de productos de las variables.

Friedman y Sinuany-Stern (1997) utilizan el método de la correlación canónica para definir una puntuación alternativa a partir de la ratio de la combinación lineal de inputs a la combinación lineal de outputs a partir de los pesos comunes determinados justamente a partir del análisis de correlación canónica:

$$T_j = \frac{V_j}{W_j} = \frac{\sum_{i=1}^m V_i x_{ij}}{\sum_{r=1}^s U_r y_{rj}}$$

En nuestro caso, el máximo autovalor es 0,747, correspondiente a una correlación canónica de 0,864, que genera un vector de pesos de outputs igual a:

$$\vec{u}^T = (0.35, 0.36, 0.49, 0.22)$$

y un vector de pesos de inputs igual a:

$$\vec{v}^T = (1.06, -0.18)$$

Puesto que el p-valor es menor que 0.05, la correlación es significativa a un nivel de confianza del 95%.

Es llamativa la existencia de un peso negativo que, en el entorno del DEA, indica la contribución, en promedio, a las puntuaciones de ineficiencia de los GI de la variable LICENCIADOS.

La tabla 34 recoge la puntuación de correlación canónica para cada UTD y la

correspondiente ordenación.

<b>G. I.</b>	<b>DEA-Efic.</b>	<b>P. C. Canón.</b>	<b>Orden CC.</b>
<b>SEJ 102</b>	1,000	0,272	1
<b>SEJ 356</b>	1,000	0,272	2
<b>SEJ 181</b>	1,000	0,277	3
<b>SEJ 124</b>	1,000	0,289	4
<b>SEJ 157</b>	1,120	0,300	5
<b>SEJ 376</b>	1,000	0,315	6
<b>SEJ 176</b>	1,000	0,317	7
<b>SEJ 354</b>	1,000	0,340	8
<b>SEJ 160</b>	1,000	0,342	9
<b>SEJ 284</b>	1,000	0,353	10
<b>SEJ 364</b>	1,000	0,362	11
<b>SEJ 194</b>	1,000	0,369	12
<b>SEJ 312</b>	1,261	0,388	13
<b>SEJ 363</b>	1,000	0,403	14
<b>SEJ 139</b>	1,162	0,424	15
<b>SEJ 219</b>	1,000	0,425	16
<b>SEJ 349</b>	1,519	0,444	17
<b>SEJ 122</b>	1,000	0,479	18
<b>SEJ 314</b>	1,810	0,487	19
<b>SEJ 362</b>	1,496	0,529	20
<b>SEJ 108</b>	1,728	0,535	21
<b>SEJ 265</b>	1,250	0,772	22
<b>SEJ 229</b>	2,017	1,079	23
<b>SEJ 168</b>	4,610	1,824	24

**Tabla 34. Puntuaciones y ordenación de G. I. según la correlación canónica**

A pesar de la clara correlación que hay entre las puntuaciones obtenidas por el método de correlación canónica y el DEA original hay que destacar la descolocación

de las SEJ 122, SEJ 157, SEJ 219 y SEJ 312, que se explica a partir de los vectores de pesos que genera el procedimiento de la correlación canónica.

La correlación canónica adelanta a los SEJ 157 y SEJ 312, que no siendo DEA-eficientes aparecen entre los 14 primeros en la clasificación basada en el método de la correlación canónica.

El SEJ 157 salta al quinto lugar debido a su alto consumo de LICENCIADOS y la alta productividad media que tiene.

El avance del SEJ 312 es mucho menos llamativo y se produce por un lado por el consumo de LICENCIADOS y por el incremento en la importancia de TESIS.

En sentido contrario, los SEJ 122 y SEJ 219 pierden posiciones en la ordenación de eficientes como penalización al poco consumo de LICENCIADOS que tienen.

## 5. MÉTODO DE LA RATIO DISCRIMINANTE

Sinuany-Stern et al. (1994) aplican el análisis discriminante clásico para ordenar las UTDs dada la división del DEA en grupos eficientes e ineficientes mediante la función lineal:

$$D_j = \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + \sum_{i=1}^m v_i [-x_{ij}] \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Si  $D_j < D_c$ , entonces la unidad  $j$  se clasifica en el grupo 1, el de las eficientes, si no va al grupo 2, el de las ineficientes, donde  $D_c$  es un valor crítico basado en las medias de los valores de la función discriminante para los grupos de UTDs eficientes e ineficientes.

El análisis discriminante tradicional no distingue entre variables de inputs y de outputs por lo que Sinuany-Stern et al. (1994) proponen un nuevo método, construyendo una función ratio entre las combinaciones lineales de inputs y de outputs, definida como:

$$T_j = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Las medias aritméticas de las puntuaciones de los grupos eficientes e ineficientes son:

$$\bar{T}_1 = \frac{1}{n_1} \sum_{j=1}^{n_1} T_j$$

y

$$\bar{T}_2 = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} T_i$$

Donde  $n_1$  y  $n_2$  son el número de UTDs eficientes e ineficientes respectivamente.

La media total será:

$$\bar{\bar{T}} = \frac{1}{n} [n_1 \bar{T}_1 + n_2 \bar{T}_2]$$

Nuestro problema será encontrar pesos comunes,  $v_i$ ,  $i = 1, \dots, m$  y  $u_r$ ,  $r = 1, \dots, s$ , tales que la ratio entre la varianza entre grupos de  $T$ , ( $SS_B(T)$ ), y la varianza intragrupos de  $T$ , ( $SS_W(T)$ ), sea máxima:

$$\text{Max}_{u_i, v_i} \lambda = \frac{SS_B(T)}{SS_W(T)}$$

$$SS_B(T) = \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} [\bar{T}_1 - \bar{T}_2]^2$$

$$SS_W(T) = \sum_{j=1}^{n_1} [T_j - \bar{T}_1]^2 + \sum_{i=1}^{n_2} [T_i - \bar{T}_2]^2$$

En nuestro caso, debido a la orientación output del modelo tendremos que definir las  $T_j$  como:

$$T_j = \frac{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}}{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}$$

En cierto sentido, la función cociente es similar al ratio de eficiencia del DEA, pero mientras que este genera pesos potencialmente diferentes para cada UTD, el análisis discriminante genera los mismos ratios para todas las unidades.

Aplicando este procedimiento a los datos de los grupos de investigación, obtenemos los vectores de componentes:

$$\vec{v}^T = (1.71, 0)$$

y

$$\vec{u}^T = (1.61, 1.62, 0, 0.88)$$

Las puntuaciones ratio-discriminantes correspondientes aparecen en la tabla 35 junto con el orden que asignan a cada GI.

De nuevo hay una clara correlación entre las puntuaciones obtenidas por el método de la ratio discriminante y el DEA original hay que destacar la situación de los SEJ 349, SEJ 314, SEJ 157, SEJ 363, SEJ 356 y SEJ 354.

Los tres primeros son ineficientes pero tienen una puntuación muy baja de la ratio



discriminante, mientras que los tres últimos son DEA-eficientes y la ratio discriminante los envía a los últimos lugares.

<b>G. I.</b>	<b>P. RATIO DISCRIM</b>	<b>ORDEN</b>	<b>EFIC. DEA</b>
<b>SEJ 176</b>	0,048	1	1,000
<b>SEJ 349</b>	0,060	2	1,519
<b>SEJ 284</b>	0,078	3	1,000
<b>SEJ 124</b>	0,083	4	1,000
<b>SEJ 160</b>	0,109	5	1,000
<b>SEJ 314</b>	0,111	6	1,810
<b>SEJ 157</b>	0,113	7	1,120
<b>SEJ 102</b>	0,141	8	1,000
<b>SEJ 194</b>	0,146	9	1,000
<b>SEJ 364</b>	0,167	10	1,000
<b>SEJ 181</b>	0,176	11	1,000
<b>SEJ 376</b>	0,180	12	1,000
<b>SEJ 219</b>	0,181	13	1,000
<b>SEJ 122</b>	0,193	14	1,000
<b>SEJ 362</b>	0,224	15	0,224
<b>SEJ 265</b>	0,248	16	0,248
<b>SEJ 363</b>	0,277	17	0,277
<b>SEJ 139</b>	0,285	18	0,285
<b>SEJ 356</b>	0,285	19	0,285
<b>SEJ 312</b>	0,329	20	0,329
<b>SEJ 354</b>	0,378	21	0,378
<b>SEJ 108</b>	0,643	22	0,643
<b>SEJ 168</b>	0,933	23	0,933
<b>SEJ 229</b>	0,934	24	0,934

Tabla 35. Puntuaciones y ordenación de GI según la ratio-discriminante

La explicación de estas permutaciones está en el procedimiento de cálculo de la ratio-discriminante.

Los vectores de pesos calculados por la ratio discriminante penalizan a los GI con pocos licenciados y favorecen a los que tienen muchos por el lado de los inputs, mientras que por el lado de los outputs penaliza TESIS en primer lugar y en segundo lugar los PROYECTOS.

Así los SEJ 157, SEJ 349 y SEJ 314 se caracterizan por niveles altos de LICENCIADOS, ARTICULOS y LIBROS, por lo que serían ratio-discriminante eficientes, aunque los altos niveles de LICENCIADOS impidan que sean DEA-eficientes.

Lo contrario pasa con los SEJ 354, SEJ 356 y SEJ 363, DEA-eficientes por su bajo consumo de LICENCIADOS. Concretamente el SEJ 354 debe gran parte de su eficiencia al nivel que tiene en la producción de TESIS, que el ratio discriminante anula. El SEJ 363 tiene una alta productividad de PROYECTOS, cuya importancia la ratio discriminante reduce a la mitad de los outputs ARTÍCULOS y LIBROS. El SEJ 356 pierde la aportación de los outputs TESIS y PROYECTOS y la ventaja de tener pocos LICENCIADOS.

## **6. COMPATIBILIDAD DE LAS ORDENACIONES. ANÁLISIS ESTADÍSTICO**

Las distintas ordenaciones obtenidas son diferentes porque responden a criterios y procedimientos diferentes.

Los métodos de la matriz de eficiencias cruzadas y de la supereficiencia se basan directamente en el DEA, por lo que requieren poco trabajo adicional y sus resultados admiten una interpretación dentro de la filosofía del DEA.

Los métodos de correlaciones canónicas y de las ratios discriminantes se basan en el análisis multivariante y en el DEA. Ambos coinciden en utilizar vectores de coeficientes comunes, pero uno se obtiene maximizando el coeficiente de

correlación y el otro a partir de la mejor discriminación posible, y se diferencian en que el método de las correlaciones canónicas no utiliza los resultados del DEA original mientras que el método del análisis discriminante sí los utiliza, aspecto en el que coincide con los métodos de las eficiencias cruzadas, de la supereficiencia y de las frecuencias.

Puesto que las ordenaciones obtenidas son diferentes, es necesario analizar la compatibilidad de las distintas ordenaciones obtenidas por los GI, análisis que podemos realizar por medio de tests estadísticos no paramétricos.

Por un lado están los tests para comparar dos a dos las ordenaciones obtenidas por los distintos métodos de ordenación total, supereficiencia, análisis discriminante, correlación canónica, matriz de eficiencias cruzadas y ordenación conjunta. Utilizaremos para estas comparaciones el coeficiente de correlación de Spearman y el test de suma de rangos de Mann-Whitney.

Un segundo bloque de tests contrastará la compatibilidad conjunta de todas las ordenaciones totales mediante el test de Kruskal-Wallis.

### Comparación dos a dos de las ordenaciones

	<b>Efic. Cruzadas</b>	<b>Superefic.</b>	<b>Correl. Canón.</b>	<b>R. Discrim.</b>
<b>Efic. Cruzadas</b>	1	0,7965	0,640	0,4896
<b>Superefic.</b>		1	0,5635	<b>0,3435</b>
<b>Correl. Canónica</b>			1	0,4470
<b>R. Discrim.</b>				1

**Tabla 36. Coeficientes de correlación de Spearman para las ordenaciones de los GI**

Las tablas 36 y 37 dan los valores de los coeficientes de correlación de rangos de Spearman y sus correspondientes p-valores. Lo más significativo de los resultados es que las correlaciones entre las ordenaciones de los dos métodos basados directamente en el DEA son altas, y que los coeficientes relativos a las medidas

basadas en el análisis multivariante son las más bajas, específicamente las correspondientes al método de la ratio discriminante.

	<b>Superefic.</b>	<b>Correl. Canón.</b>	<b>Discrim.</b>
<b>Efic. Cruzadas</b>	0,0001	0,0021	0,0189
<b>Superefic.</b>		0,0041	<b>0,0995</b>
<b>Correl. Canónica</b>			0,0285

**Tabla 37. p-valores de los coeficientes de Spearman para las distintas ordenaciones**

Todos los coeficientes de correlación de rangos de Spearman son superiores a 0,55 salvo los correspondientes a la correlación entre la ordenación de supereficiencia y la ratio-discriminante, cuyo p-valor, al ser mayor que 0,05, indica que no es estadísticamente significativa al 95%.

	<b>Efic. Cruzadas</b>	<b>Superefic.</b>	<b>Correl. Canón.</b>	<b>Discrim.</b>
<b>Efic. Cruzadas</b>	1	0,796	0,796	0,796
<b>Superefic.</b>		1	0,942	0,796
<b>Correl. Canónica</b>			1	0,672
<b>Discrim.</b>				1

**Tabla 38. p-valores test de Mann-Whitney para las distintas puntuaciones de las ordenaciones totales de los G. I.**

La tabla 38 da los p-valores del test de Mann-Whitney para las puntuaciones correspondientes a todas las ordenaciones, que al ser todos mayores que 0,05 indican que no hay diferencia significativamente estadística entre las medianas de las ordenaciones comparadas dos a dos.

## CAPÍTULO 4. TASAS DE MARGINALES DE TRANSFORMACIÓN DE OUTPUTS Y ECONOMÍAS DE ALCANCE

En este capítulo aplicamos el DEA para completar el estudio de la función de producción empírica de los GI de Economía de la UMA.

En el primer apartado vamos a calcular las tasas marginales de transformación entre los outputs ARTICULOS y LIBROS, pero el procedimiento es fácilmente generalizable a cualquier otro par de variables.

En el segundo apartado aplicamos el DEA para el estudio de las posibles economías de alcance en el funcionamiento de los GI.

### 1. LAS TASAS MARGINALES EN LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN DE LOS G. I.

La finalidad básica de este apartado es medir la relación técnica de sustitución entre dos variables de la función de producción, que pueden ser los dos inputs, dos outputs o un input y un output. Nos decantamos por las tasas de sustitución entre las variables ARTÍCULOS y LIBROS por ser los dos outputs más importantes de los grupos de investigación.

#### Las tasas marginales de sustitución y el DEA

El proceso productivo de los GI se puede representar a partir de vectores de inputs  $\vec{x} = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2$  que producen vectores de outputs  $\vec{y} = (y_1, y_2, y_3, y_4) \in \mathbb{R}_+^4$ , que podemos reunir en un único vector de actividades,  $\vec{z}$ , definido como  $\vec{z} = \begin{pmatrix} \vec{y} \\ -\vec{x} \end{pmatrix}$ .

En el caso del DEA, la función de producción frontera dada por  $\left\{ \vec{z} : F(\vec{z}) = 0 \right\}$  es continua, cóncava y monótona y por tanto hay libre disponibilidad de inputs y outputs.

Para este tipo de funciones, la tasa marginal de una variable  $i$  respecto a una variable  $j$ , en un punto  $\vec{z}_0$  de la frontera  $[F(\vec{z}_0) = 0]$ , viene definida por la derivada parcial:

$$TM_{ij}(\vec{z}_0) = \frac{\partial z_i}{\partial z_j} \Big|_{\vec{z}_0} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial z_j} \Big|_{\vec{z}_0}}{\frac{\partial F}{\partial z_i} \Big|_{\vec{z}_0}} \quad i \neq j$$

si existe. Expresión que da el incremento en la variable  $i$  que resulta cuando la variable  $j$  se incrementa en 1, manteniendo el resto de variables constantes.

$TM_{ij} = TM_{ji}^{-1}$  y por la construcción de la frontera,  $TM_{ij} \leq 0$  para todo  $i, j$ .

El cálculo de estas tasas puede presentar especiales dificultades dentro del DEA, puesto que matemáticamente, estas tasas marginales de sustitución y de transformación son las derivadas parciales en la frontera de producción.

Cuando  $z_0$  es una UTD que está en el interior de una cara de la frontera, no hay problemas con el cálculo de las tasas marginales anteriores.

Los multiplicadores óptimos obtenidos en el programa multiplicador del DEA,  $\vec{\chi}^* = \left( \vec{u}^*, \vec{v}^* \right)$  determinan un hiperplano que contiene a una de las caras de la frontera de producción (los multiplicadores dan la dirección perpendicular al hiperplano soporte de la cara), lo que implica que las relaciones marginales, en cualquier punto interior de este hiperplano, vienen dadas, simplemente, por la relación

negativa e inversa de la ratio de los multiplicadores:

$$TM_{ij} \left( \begin{matrix} \vec{z} \\ z_0 \end{matrix} \right) = \frac{\partial z_i}{\partial z_j} \Big|_{\vec{z}_0} = - \frac{\chi_j^*}{\chi_i^*}$$

Así, a partir de los multiplicadores es posible calcular la relación técnica de sustitución entre dos inputs, la relación marginal de transformación entre dos outputs y las productividades y costes marginales, pero solo para los puntos situados en el interior de la cara, puesto que el DEA construye la frontera lineal a trozos como aproximación de la frontera real, la frontera del DEA es continua en todo punto pero no derivable y en los puntos eficientes, a pesar de que el programa de los multiplicadores también da sus correspondientes vectores de multiplicadores óptimos, estos no corresponden a la dirección de un plano para el que esos puntos son interiores. De hecho, al estar en la arista en la que coinciden dos hiperplanos, no existe un único vector de multiplicadores sino infinitos.

Esta multiplicidad de soluciones en los puntos eficientes ha creado problemas de interpretación, debido a que los cocientes entre los pares de multiplicadores obtenidos en los programas DEA se toman como las tasas de sustitución de los correspondientes inputs u outputs, como sucede en Chilingirian (1995) y Thanassoulis (1993), pero esto sólo es cierto, como hemos indicado, para las puntos que están en el interior de los planos, no para los que están en su frontera que tienen pendientes múltiples pues se caracterizan por pertenecer a más de un hiperplano.

Es importante destacar que la discontinuidad de las pendientes en los puntos eficientes de la frontera es una propiedad intrínseca del DEA, por lo que una caracterización completa de las tasas marginales de sustitución exige la identificación de todos los planos frontera y sus intersecciones.

El problema de elegir una de las infinitas soluciones óptimas ha sido abordado por varios autores. Doyle y Green (1995) los resolvieron mediante el procedimiento de

las eficiencias cruzadas, proponiendo dos alternativas extremas correspondientes una a un modelo restrictivo y otra a un modelo no restrictivo.

Charnes et al. (1985) propusieron un valor único calculado como media ponderada de los baricentros de los trozos de hiperplanos implicados, pero incluso así, las tasas marginales solo estarán bien definidas cuando la cara tenga dimensión máxima, es decir, dimensión  $m + s - 1$ , lo que no suele ser el caso y los multiplicadores así obtenidos pueden no ser únicos.

Andersen y Petersen (1993) propusieron el modelo de supereficiencia, que proporciona un conjunto único de multiplicadores para cada UTD. Este modelo tiene el inconveniente de que puede proporcionar soluciones inadmisibles para algunas UTDs eficientes.

El reciente desarrollo de algoritmos más o menos eficientes y de software adecuado para generar caras de los conos convexos ha permitido determinar todas las caras de la frontera de eficiencia. Sin embargo, conforme el número de caras crece, de forma exponencial, con la dimensión del problema, y por tanto el número de tasas de sustitución para cada UTD eficiente, y con la complicación añadida de determinar la dirección adecuada a seguir dentro de la cara, este enfoque parece práctico solo para problemas de dimensión pequeña.

Así, nos parece más práctico caracterizar las tasas marginales de las UTDs eficientes no como números, sino como intervalos determinados por sus valores extremos (Rosen et al., 1998).

### **Cálculo de las tasas marginales de transformación**

Hay dos tipos básicos de superficies envolventes en el DEA, correspondientes a los rendimientos variables a escala, RVE y a los rendimientos constantes a escala, RCE. Como su propio nombre indica, una suposición implícita, relativa a los tipos de rendimientos, está en la base de cada una de las dos variantes. Existen otras



alternativas, híbridas, que se denominan rendimientos no crecientes a escala o no decrecientes a escala.

La superficie envolvente correspondiente a la hipótesis de RVE consta de porciones de hiperplanos soportes del espacio  $R^{m+s}$  que forman las caras de la envolvente convexa de los puntos  $\left( \begin{matrix} \vec{y}_j, \vec{x}_j \end{matrix} \right)$ ,  $j = 1, \dots, n$ .

La ecuación de un hiperplano en  $R^{m+s}$  con vector normal  $(u_1, u_2, \dots, u_s, -v_1, -v_2, \dots, -v_m)$  es:

$$\sum_{r=1}^s u_r y_r - \sum_{i=1}^m v_i x_i + \omega = 0$$

Este hiperplano será soporte de la frontera de producción y formará una de las caras de la superficie envolvente si, y sólo si, todos los puntos observados de coordenadas  $\left( \begin{matrix} \vec{y}_j, \vec{x}_j \end{matrix} \right)$  están en o bajo el hiperplano y, además, el hiperplano pasa por al menos uno de los puntos.

Estas condiciones se resumen en:

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + w \leq 0 \text{ para } j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rk} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ik} + w = 0$$

para algún  $k$ .

La primera condición identifica la porción del cono convexo que muestra valores por encima de los outputs y/o bajo los inputs, mientras que la segunda asegura que el hiperplano pase por al menos uno de los puntos.

La maximización de la función objetivo selecciona un hiperplano que minimiza esta distancia. El valor de esta función objetivo es no positivo, por tanto, un valor óptimo de cero indica que la  $UTD_0$  está en el hiperplano. Las UTDs ineficientes están por debajo del hiperplano soporte más cercano y tienen, por tanto, un valor no nulo de la función objetivo.

Por tanto, tenemos el programa:

$$\max \quad \vec{u}^T \vec{y}_0 + w$$

sujeto a las restricciones:

$$\vec{v}^T \vec{x}_0 = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + w \leq 0 \quad \text{para todo } j : 1, 2, \dots, n$$

$$u_r, v_j \geq 0$$

$$w \text{ libre}$$

que corresponde al modelo BCC con orientación input.

En el caso de los GI, el modelo es el CCR con orientación output y por tanto el programa será:

$$\min \quad \vec{v}^T \vec{x}_0$$

sujeto a las restricciones:

$$\begin{matrix} \rightarrow^T & \rightarrow \\ u & y_0 \end{matrix} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \text{ para todo } j : 1, 2, \dots, n$$

$$u_r, v_j \geq 0$$

En los modelos CCR, todos los hiperplanos soporte pasan por el origen.

El procedimiento de cálculo de las ratios máximas y mínimas se basa en el método sugerido por Banker y Thrall (1992) para calcular intervalos de rendimientos a escala y corregir los problemas del artículo original del BCC (Banker et al., 1984). Este método requiere la solución de dos programas lineales para determinar las tasas marginales máxima y mínima en un punto dado de la frontera.

Una manera razonable de obtener las tasas marginales laterales, correspondientes a las derivadas a la derecha e izquierda de un punto eficiente es calcular las ratios máximas y mínimas de los multiplicadores en el punto.

Dadas la construcción de la frontera y la definición del vector de actividades, las ratios máximas y mínimas (cambiadas de signo) corresponderán respectivamente, a las tasas marginales a la derecha y a la izquierda.

Para un punto determinado de la frontera  $z_0$ , estas ratios se pueden calcular según los programas fraccionales:

$$TM_{ij}^+ = -\max_{\chi} \frac{\chi_j}{\chi_i}$$

sujeto a las restricciones:

$$\begin{matrix} \rightarrow^T & \rightarrow \\ \chi & \mathbf{z}_0 = \mathbf{0} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \rightarrow^T & \rightarrow \\ \chi & \mathbf{z}_k \leq \mathbf{0} \quad \forall k \in E \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \rightarrow & \rightarrow \\ \chi & \geq \mathbf{0} \end{matrix}$$

y

$$TM_{ij}^- = -\min_{\chi} \frac{\chi_j}{\chi_i}$$

sujeto a las restricciones:

$$\begin{matrix} \rightarrow^T & \rightarrow \\ \chi & \mathbf{z}_0 = \mathbf{0} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \rightarrow^T & \rightarrow \\ \chi & \mathbf{z}_k \leq \mathbf{0} \quad \forall k \in E \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \rightarrow & \rightarrow \\ \chi & \geq \mathbf{0} \end{matrix}$$

donde E es el conjunto de UTDs eficientes; solo hay que incluir las UTDs eficientes porque solo queremos las tasas de las UTD eficientes (Charnes et al 1991).

La función objetivo de estos programas minimiza o maximiza las tasas marginales.

La primera restricción asegura que  $\mathbf{z}_0$  esté en la frontera, mientras que el segundo conjunto de restricciones impide que entren multiplicadores de UTDs que estén más allá de la frontera.

Introduciendo los cambios de variables:

$$\rho_i = \frac{\chi_i}{\chi_i} \text{ para todo } i$$

pasamos de los programas fraccionales a programas lineales:

$$TM_{ij}^+ = -\max_{\rho} \rho_j$$

sujeto a las restricciones:

$$\rho_i = 1$$

$$\begin{matrix} \rightarrow^T & \rightarrow \\ \rho & z_0 = 0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \rightarrow^T & \rightarrow \\ \rho & z_k \leq 0 \quad \forall k \in E \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \rightarrow & \rightarrow \\ \rho & \geq 0 \end{matrix}$$

y

$$TM_{ij}^- = -\min_{\rho} \rho_j$$

sujeto a las restricciones:

$$\rho_i = 1$$

$$\begin{matrix} \rightarrow^T & \rightarrow \\ \rho & z_0 = 0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \rightarrow^T & \rightarrow \\ \rho & z_k \leq 0 \quad \forall k \in E \end{matrix}$$

$$\vec{\rho} \geq \vec{0}$$

### Cálculo de las tasas marginales de transformación entre ARTÍCULOS y LIBROS para los GI eficientes

Resolviendo los programas lineales:

$$TM_{ij}^+ = -\max_{\vec{\rho}} u_2$$

sujeto a las restricciones:

$$u_1 = 1$$

$$\vec{\rho}^T \vec{z}_0 = 0$$

$$\vec{\rho}^T \vec{z}_k \leq 0 \quad \forall k \in E$$

$$\vec{\rho} \geq \vec{0}$$

Y el programa:

$$TM_{ij}^- = -\min_{\vec{\rho}} u_2$$

sujeto a las restricciones:

$$u_1 = 1$$

$$\vec{\rho}^T \vec{z}_0 = 0$$

$$\vec{\rho}^T \vec{z}_k \leq 0 \quad \forall k \in E$$

$$\vec{\rho} \geq \vec{0}$$

$$\rho_i = \frac{\lambda_i}{u_1} \text{ para todo } i$$

para determinar las  $\rho_i$ .

G. I	$u_1$	$u_2$	$U_1/u_2$	Mínimo	Máximo
SEJ 102	0,019	0,008	0,448	-INFINITO	0
SEJ 122	0,000	0,000	NO DEFI	-INFINITO	0
SEJ 124	0,014	0,013	0,895	-19,5	0
SEJ 160	0,021	0,000	0,000	-1,83	0
SEJ 176	0,016	0,000	0,000	-0,16	0
SEJ 181	0,041	0,050	1,216	-INFINITO	-1,2
SEJ 194	0,029	0,000	0,000	-0,4	0
SEJ 219	0,015	0,030	1,997	-INFINITO	-1,99
SEJ 284	0,000	0,000	NO DEFI	-INFINITO	0
SEJ 354	0,000	0,040	NO DEFI	-INFINITO	0
SEJ 356	0,043	0,055	1,269	-INFINITO	-0,33
SEJ 363	0,037	0,000	0,000	-INFINITO	0
SEJ 364	0,021	0,027	1,269	-INFINITO	-0,78
SEJ 376	0,057	0,018	0,318	-0,42	0

**Tabla 39. Límites relaciones marginales transformación artículos y libros GI eficientes**

Como hemos indicado, el problema en el DEA con las UTD eficientes es que son puntos donde la función lineal no es derivable y no hay solución única a la derivada parcial.

La tabla 39 da los máximos y de mínimos entre las que pueden variar las tasas marginales de transformación entre artículos y libros para los GI eficientes y los multiplicadores que proporciona el programa.

<b>G. I.</b>	<b>P. Efic</b>	<b><math>u_1</math></b>	<b><math>u_2</math></b>	<b><math>u_1/u_2</math></b>
<b>SEJ 108</b>	1,728	0,065	0,000	NO DEFIN.
<b>SEJ 139</b>	1,162	0,029	0,013	2,23
<b>SEJ 157</b>	1,120	0,035	0,015	2,35
<b>SEJ 168</b>	4,610	0,102	0,000	NO DEFIN.
<b>SEJ 229</b>	2,017	0,000	0,000	NO DEFIN.
<b>SEJ 265</b>	1,250	0,000	0,000	NO DEFIN.
<b>SEJ 312</b>	1,261	0,000	0,066	0
<b>SEJ 314</b>	1,810	0,048	0,020	2,33
<b>SEJ 349</b>	1,519	0,014	0,014	1,02
<b>SEJ 362</b>	1,496	0,000	0,098	0

**Tabla 40. Tasas marginales transformación artículos y libros GI ineficientes**

### **Cálculo de las tasas marginales de transformación entre ARTÍCULOS y LIBROS para los GI ineficientes**

La tabla 40 da los multiplicadores óptimos y de sus correspondientes cocientes obtenemos las tasas de transformación entre los outputs para las GI ineficientes.

Como ya hemos indicado, en este caso, no hay problemas con los multiplicadores óptimos generados directamente por el DEA, pues los GI ineficientes no están en la frontera de producción.

## **2. EVALUACIÓN DE LAS ECONOMÍAS DE ALCANCE**

El análisis envolvente de datos permite también estudiar la posible existencia de economías de alcance en el proceso productivo de los GI.

En términos de producción, existen economías de alcance cuando el producto conjunto de una única organización es mayor que el que podrían producir dos organizaciones separadas cada una de ellas elaborando un producto, pero empleando en conjunto la misma cantidad de factores.



La posible existencia de complementariedades en costes fijos o cuasi fijos, que no son específicos a un único producto, constituyen una fuente potencial de economías de alcance.

Supongamos N UTDs que producen dos outputs,  $y_1$  e  $y_2$ , organizamos las UTDs en dos grupos, uno formado por las UTDs en las que el output 1 es el predominante, en número de  $j$ , mientras que el segundo grupo, formado por las UTDs restantes,  $N - j$ , en las que el output 2 es el predominante.

Una vez dividida la muestra, se evalúa la eficiencia para cada una de las submuestras por separado.

Para las UTDs que generan predominantemente el output  $y_1$  se resuelven los programas:

Maximizar  $\theta_h$

sujeto a:

$$\sum_{i=1}^j \lambda_i y_{i1} \geq \theta_h y_{h1}$$

$$\sum_{i=1}^j \lambda_i y_{i2} \geq \theta_h y_{h2}$$

$$\sum_{i=1}^j \lambda_i x_i \leq x_h$$

donde  $h$  indica una UTD en la que el output preponderante es el  $y_1$ .

A continuación, se evalúa la eficiencia de las UTDs para las que el output  $y_2$  es el predominante, para lo cual se resuelve el siguiente problema:

Maximizar  $\delta_p$

sujeto a:

$$\sum_{i=j+1}^N \lambda_i y_{i1} \geq \delta_p y_{p1}$$

$$\sum_{i=j+1}^N \lambda_i y_{i2} \geq \delta_p y_{p2}$$

$$\sum_{i=j+1}^N \lambda_i x_i \leq x_p$$

donde el subíndice p indica una UTD cuyo output preponderante es el  $y_2$ .

Por último, se evalúa la eficiencia de todas las unidades productivas conjuntamente, esto es, con independencia del output que resulte preponderante en su proceso productivo.

El programa que resuelve la eficiencia conjunta de todas las unidades productivas es:

Maximizar  $\phi_z$

sujeto a

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i y_{i1} \geq \phi_z y_{z1}$$

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i y_{i2} \geq \phi_z y_{z2}$$

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i x_i \leq x_z$$

donde el subíndice  $z$  representa cualquier unidad productiva desde  $i = 1, \dots, N$ .

Las medidas de eficiencia  $\theta$ ,  $\delta$  indican el incremento máximo en la producción que puede alcanzarse cuando las unidades productivas se comparan en cada subgrupo por separado, mientras que la medida  $\phi$  muestra el incremento potencial en los outputs que es posible alcanzar cuando se evalúan todas las unidades productivas simultáneamente.

Por consiguiente, para dos unidades productivas cualquiera, por ejemplo  $i = 1$  e  $i = j + 1$ , se obtiene que las economías de alcance que resultan de combinar ambas unidades vienen dadas por las siguientes expresiones.

Para  $i = 1$ :

$$\frac{y_1^*}{y_1'} = \frac{\phi_1}{\theta_1}$$

siendo:

$$y_1^* = \phi_1 y_1$$

$$y_1' = \theta_1 y_1$$

Así,  $y_1^*$  representa la producción potencial que puede obtenerse cuando se evalúa toda la muestra, mientras que  $y_1'$  representa la producción máxima que podría obtener la unidad productiva  $i = 1$  cuando se evalúan exclusivamente las unidades que producen, preponderantemente, el output  $y_1$ .

Por otro lado, para la unidad productiva  $i = j + 1$  se tiene:

$$\frac{y_{j+1}^*}{y_{j+1}'} = \frac{\phi_{j+1}}{\delta_{j+1}}$$

siendo:

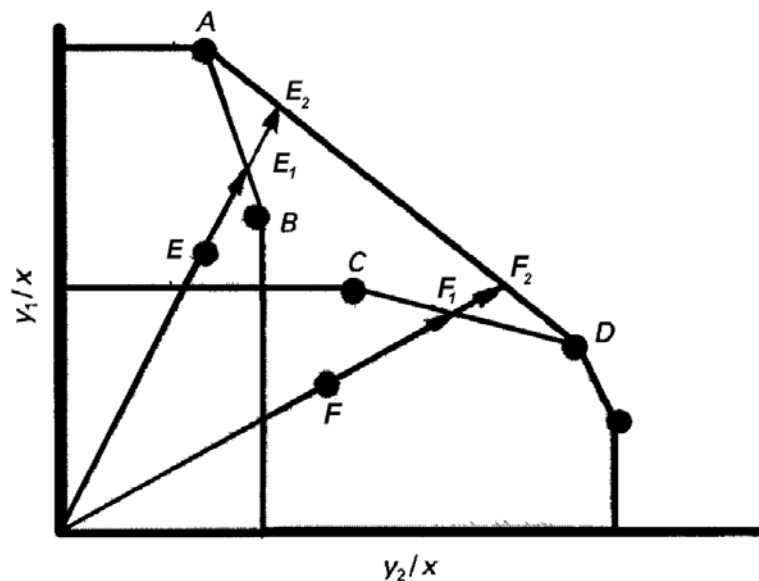
$$y_{j+1}^* = \phi_{j+1} y_{j+1}$$

$$y'_{j+1} = \delta_{j+1} y_{j+1}$$

Un proceso productivo que no exhibe economías de alcance cumple:

$$\frac{y_1^*}{y_1'} = \frac{\phi_1}{\theta_1} = \frac{y_{j+1}^*}{y'_{j+1}} = \frac{\phi_{j+1}}{\delta_{j+1}} = 1$$

En este caso, no es posible explotar potenciales economías de alcance, que permitan obtener ganancias en términos de eficiencia. En caso contrario, el cociente será mayor que 1 e implicará que hay potenciales economías de alcance.



**Gráfico 3. Economías de alcance 1. Fuente Prior (1996)**

En la gráfica 3 la UTD E puede aprovechar economías de alcance, puesto que su proyección de eficiencia proporciona un vector de outputs menor que su proyección de eficiencia con todas las UTDs incluidas. Caso contrario es el que aparece en la gráfica 4. En este caso la proyección de eficiencia de la UTD E sobre las fronteras

particular y conjunta es la misma y la UTD E no puede aprovechar, porque no tiene, economías de alcance.

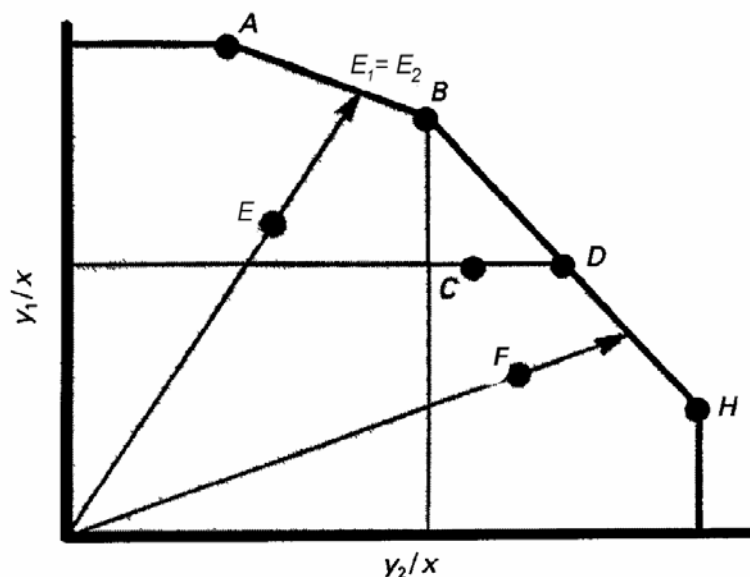


Grafico 4. Economías de alcance 2. Fuente Prior (1996)

Un segundo análisis de las economías de alcance implicaría a los dos outputs más importantes, ARTÍCULOS Y LIBROS.

G. I. Artic-Domin.	EFIC. REST.	G. I. Artic-Domin.	EFIC. REST.
SEJ 102	1,00	SEJ 176	1,00
SEJ 108	1,99	SEJ 194	1,00
SEJ 122	1,00	SEJ 229	3,75
SEJ 157	1,06	SEJ 265	3,28
SEJ 160	1,00	SEJ 314	1,38
SEJ 168	6,57	SEJ 376	1,00
		<b>Media</b>	<b>2</b>

Tabla 41. Eficiencia GI Artículo-dominantes modelo 2 outputs

Determinaremos la puntuación de eficiencia de los GI que son dominantes en la producción de artículos con un modelo CCR que incluye los inputs DOCTORES y

LICENCIADOS y los outputs ARTÍCULOS y LIBROS, pero calculadas a partir de una muestra en la que solo aparecen los GI que producen más ARTÍCULOS que LIBROS.

<b>G. I. Libro-domin.</b>	<b>EFIC. REST.</b>	<b>G. I. Libro-domin.</b>	<b>EFIC. REST.</b>
<b>SEJ 124</b>	1,10	<b>SEJ 349</b>	1,67
<b>SEJ 139</b>	1,53	<b>SEJ 354</b>	1,00
<b>SEJ 181</b>	1,00	<b>SEJ 356</b>	1,00
<b>SEJ 219</b>	1,04	<b>SEJ 362</b>	1,63
<b>SEJ 284</b>	1,21	<b>SEJ 363</b>	2,00
<b>SEJ 312</b>	1,50	<b>SEJ 364</b>	1,00
		<b>Media</b>	<b>1,31</b>

**Tabla 42. Eficiencia GI Libro-dominantes modelo 2 outputs**

La tabla 41 muestra las puntuaciones de eficiencia de la submuestra en la que el output ARTÍCULOS domina al output LIBROS. A esta puntuación de eficiencia para una muestra restringida la denominamos EFIC. REST.

La tabla 42 muestra las puntuaciones de eficiencia restringidas de la submuestra en la que LIBROS domina al output ARTÍCULOS.

La tabla 43 muestra cuatro columnas duplicadas, la columna EFIC da la puntuación de eficiencia de los GI en un modelo CCR que incluye los dos inputs, y los outputs, ARTICULOS y LIBROS y que se calcula con todos los GI, la columna EFIC. REST. es la calculada en las tablas 41 y 42 y la columna IEA está formada por el cociente de las dos anteriores e indica, según sea mayor o igual a 1, la existencia o no de economías de alcance y que nos indica que los GI que admiten economías de alcance son:

SEJ 102, SEJ 108, SEJ 122, SEJ 124, SEJ 139, SEJ 157, SEJ 176, SEJ, 314, SEJ 349, y el SEJ 354.

G. I.	EFIC.	EFIC. REST.	I. E. A.	G. I.	EFIC.	EFIC. REST.	I. E. A.
SEJ 102	1,02	1,00	1,02	SEJ 229	3,75	3,75	1,00
SEJ 108	2,06	1,99	1,04	SEJ 265	3,28	3,28	1,00
SEJ 122	1,04	1,00	1,04	SEJ 284	1,21	1,21	1,00
SEJ 124	1,19	1,10	1,08	SEJ 312	1,50	1,50	1,00
SEJ 139	1,59	1,53	1,04	SEJ 314	1,93	1,38	1,40
SEJ 157	1,25	1,06	1,18	SEJ 349	1,73	1,67	1,04
SEJ 160	1,00	1,00	1,00	SEJ 354	1,07	1,00	1,07
SEJ 168	6,57	6,57	1,00	SEJ 356	1,00	1,00	1,00
SEJ 176	1,21	1,00	1,21	SEJ 362	1,63	1,63	1,00
SEJ 181	1,00	1,00	1,00	SEJ 363	2,00	2,00	1,00
SEJ 194	1,00	1,00	1,00	SEJ 364	1,00	1,00	1,00
SEJ 219	1,04	1,04	1,00	SEJ 376	1,00	1,00	1,00

Tabla 43. Economías de alcance modelo 2 outputs

Se han calculado las economías de alcance prescindiendo de los otros dos outputs que producen los GI. Si se introducen obtenemos los resultados correspondientes que aparecen en las tablas 44, 45 y 46, similares a las 41, 42 y 43.

G. I. Artic-Domin.	EFIC. REST.	G. I. Artic-Domin.	EFIC. REST.
SEJ 102	1,00	SEJ 176	1,00
SEJ 108	1,57	SEJ 194	1,00
SEJ 122	1,00	SEJ 229	1,90
SEJ 157	1,00	SEJ 265	1,25
SEJ 160	1,00	SEJ 314	1,33
SEJ 168	4,29	SEJ 376	1,00
		<b>Media</b>	<b>1,44</b>

Tabla 44. Eficiencia GI Artículo-dominantes, modelo 4 outputs

En este caso, los GI que admiten economías de alcance entre la producción de

ARTÍCULOS y LIBROS son:

SEJ 108, SEJ 139, SEJ 157, SEJ 168, SEJ 229, SEJ 312, SEJ 314 y SEJ 349.

<b>G. I. Libro-domin.</b>	<b>EFIC. REST.</b>	<b>G. I. Libro-domin.</b>	<b>EFIC. REST.</b>
<b>SEJ 124</b>	1,00	<b>SEJ 349</b>	1,38
<b>SEJ 139</b>	1,08	<b>SEJ 354</b>	1,00
<b>SEJ 181</b>	1,00	<b>SEJ 356</b>	1,00
<b>SEJ 219</b>	1,00	<b>SEJ 362</b>	1,50
<b>SEJ 284</b>	1,00	<b>SEJ 363</b>	1,00
<b>SEJ 312</b>	1,24	<b>SEJ 364</b>	1,00
<b>Media</b>			<b>1,10</b>

**Tabla 45. Eficiencia GI Libro-dominantes, modelo 4 outputs**

<b>G. I.</b>	<b>EFIC.</b>	<b>EFIC. REST.</b>	<b>I. E. A.</b>	<b>G. I.</b>	<b>EFIC.</b>	<b>EFIC. REST.</b>	<b>I. E. A.</b>
<b>SEJ 102</b>	1,00	1,00	1,00	<b>SEJ 229</b>	2,02	1,90	1,06
<b>SEJ 108</b>	1,73	1,57	1,10	<b>SEJ 265</b>	1,25	1,25	1,00
<b>SEJ 122</b>	1,00	1,00	1,00	<b>SEJ 284</b>	1,00	1,00	1,00
<b>SEJ 124</b>	1,00	1,00	1,00	<b>SEJ 312</b>	1,26	1,24	1,02
<b>SEJ 139</b>	1,16	1,08	1,08	<b>SEJ 314</b>	1,81	1,33	1,36
<b>SEJ 157</b>	1,12	1,00	1,12	<b>SEJ 349</b>	1,52	1,38	1,10
<b>SEJ 160</b>	1,00	1,00	1,00	<b>SEJ 354</b>	1,00	1,00	1,00
<b>SEJ 168</b>	4,61	4,29	1,08	<b>SEJ 356</b>	1,00	1,00	1,00
<b>SEJ 176</b>	1,00	1,00	1,00	<b>SEJ 362</b>	1,50	1,50	1,00
<b>SEJ 181</b>	1,00	1,00	1,00	<b>SEJ 363</b>	1,00	1,00	1,00
<b>SEJ 194</b>	1,00	1,00	1,00	<b>SEJ 364</b>	1,00	1,00	1,00
<b>SEJ 219</b>	1,00	1,00	1,00	<b>SEJ 376</b>	1,00	1,00	1,00

**Tabla 46. Economías alcance GI modelo 4 outputs**



## **CAPÍTULO 5. EFICIENCIA TÉCNICA DE LOS G. I. CON VALORACIONES EN LOS INPUTS Y LOS OUTPUTS**

La introducción de valoraciones en los inputs y outputs es una ampliación natural del DEA, sobre todo en el sector público donde se carece de precios, y porque es evidente que hay inputs y outputs, que por distintas razones, son más importantes o valiosos que otros.

En este capítulo introducimos valoraciones en el modelo CCR del DEA, tanto en los inputs como en los outputs y analizamos las diferencias de resultados con el modelo básico del capítulo 2.

### **1. RESTRICCIÓN DE MULTIPLICADORES EN EL DEA. ASPECTOS TEÓRICOS**

La medida de eficiencia de una UTD se realiza a partir de un cociente de inputs y outputs virtuales, generados por coeficientes o multiplicadores que maximizan ese cociente y que, por tanto, son los más favorables posibles.

Tradicionalmente, se ha considerado que esta flexibilidad a la hora de elegir los multiplicadores es una de las principales ventajas del DEA. Si no existe ningún tipo de restricción sobre los multiplicadores, una UTD evaluada como ineficiente es intrínsecamente ineficiente, puesto que obtiene un ratio de eficiencia menor (o mayor, según la orientación) que la unidad utilizando las ponderaciones que le son más favorables y su ineficiencia no puede, por tanto, imputarse al conjunto de ponderaciones utilizadas.

Pero esta flexibilidad es también problemática puesto que aparecen situaciones en las que hay una diferencia excesiva entre los pesos que el mismo input u output

tiene en dos UTDs distintas, lo que plantea la cuestión de fondo de hasta qué punto son entonces comparables y si esa variabilidad es realmente posible.

Así, aunque la lógica de los modelos DEA sea minimizar las suposiciones a priori sobre el funcionamiento de las UTDs, en algunas situaciones, para conseguir resultados razonables o realistas, es necesario limitar la variabilidad de estos multiplicadores o ponderaciones.

Son varias las circunstancias que aconsejan limitar los coeficientes en el DEA.

- a. Atenerse a valores próximos a las tasas marginales de sustitución y/o transformación de los factores de producción previamente conocidas.
- b. Respetar la dependencia que puedan tener entre sí ciertos inputs y outputs dentro del proceso de producción.
- c. Incrementar el poder discriminatorio del DEA.
- d. Evitar que las UTDs se revelen eficientes por su actuación en una única dimensión del proceso productivo.
- e. Integrar en los modelos del DEA valoraciones tanto de naturaleza cuantitativa como cualitativa, básicamente obtenidas de la experiencia, de la opinión de expertos y de los objetivos deseables.

La incorporación de estas limitaciones o valoraciones al DEA se puede realizar por dos métodos: introducir limitaciones sobre los coeficientes de ponderación, con mucho el procedimiento más utilizado, o alterar de alguna manera el conjunto de comparación.

En ambos casos, los procedimientos más desarrollados son los que parten de rendimientos constantes a escala (los demás no han sido suficientemente estudiados, debido a que en este caso, las tasas marginales de sustitución dependen de la escala, lo que complica el procedimiento).

## Método de las regiones de seguridad

Thompson, Singleton, Thrall y Smith (1986) desarrollaron el concepto de región de seguridad, mientras que Charnes, Cooper, Huang y Sun (1990) desarrollaron el enfoque más general del cono-ratio envolvente.

El modelo de región de seguridad consiste en añadir a las restricciones iniciales, las restricciones relativas a las limitaciones que se quieren imponer sobre los multiplicadores correspondientes a las variables en el modelo.

Con las suposiciones habituales tendremos el programa:

$$\min \left[ \sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0} \right]$$

sujeto a las restricciones:

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj_0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad j: 1, 2, \dots, j_0, \dots, N$$

más las restricciones nuevas relativas a la limitación de los pesos, que pueden ser una o varias del tipo:

$$\kappa_i v_i + \kappa_{i+1} v_{i+1} \leq v_{i+2}$$

$$\alpha_i \leq \frac{v_i}{v_{i+1}} \leq \beta_i$$

$$\mu_r u_r + \mu_{r+1} u_{r+1} \leq u_{i+2}$$

$$\theta_r \leq \frac{u_r}{u_{r+1}} \leq \zeta_r$$

$$\gamma_i v_i \geq u_r$$

$$\delta_i \leq v_i \leq \tau_i$$

$$\rho_r \leq u_r \leq \eta_i$$

$$-v_i \leq \varepsilon$$

$$-u_r \leq \varepsilon, \text{ para todo } r, i.$$

donde  $u_r$ ,  $v_i$  son las variables duales asociadas con las restricciones  $r$ -ésima e  $i$ -ésima del programa envolvente con orientación input, los “pesos” del  $r$ -ésimo output e  $i$ -ésimo input, y las letras griegas son constantes que representan las valoraciones incorporadas.

Las restricciones:

$$\kappa_i v_i + \kappa_{i+1} v_{i+1} \leq v_{i+2}$$

$$\alpha_i \leq \frac{v_i}{v_{i+1}} \leq \beta_i$$

$$\mu_r u_r + \mu_{r+1} u_{r+1} \leq u_{i+2}$$

$$\theta_r \leq \frac{u_r}{u_{r+1}} \leq \zeta_r$$

determinan las regiones de seguridad del tipo I, que ligan inputs u outputs por separado.

Las restricciones del tipo:

$$\gamma_i v_i \geq u_r$$

determinan las denominadas regiones de seguridad del tipo II, en donde se relacionan inputs con outputs.

Las restricciones del tipo:

$$\lambda_i \leq v_i \leq \upsilon_i$$

$$\rho_r \leq u_r \leq \eta_i$$

se denominan absolutas y se introducen, fundamentalmente, para evitar la sobredimensión de algún input u output o por el contrario su ignorancia.

El programa también se puede expresar en forma matricial con nuevas matrices P y Q que recojan las nuevas restricciones. En el caso de restricciones directas sobre cada variable, los programas serían del tipo:

$$\min \begin{matrix} \rightarrow^T & \rightarrow \\ v & x_0 \end{matrix}$$

sujeto a:

$$\begin{matrix} \rightarrow^T & \rightarrow \\ u & y_0 \end{matrix} = 1$$

$$-\begin{matrix} \rightarrow \\ v \end{matrix} X + \begin{matrix} \rightarrow \\ u \end{matrix} Y \leq \begin{matrix} \rightarrow \\ 0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \rightarrow \\ v \end{matrix} P \leq \begin{matrix} \rightarrow \\ 0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \rightarrow \\ u \end{matrix} Q \leq \begin{matrix} \rightarrow \\ 0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \rightarrow \\ v \end{matrix} \geq \begin{matrix} \rightarrow \\ 0 \end{matrix}$$

$$\vec{u} \geq \vec{0}$$

donde:

$$P = \begin{pmatrix} p_{12} & -P_{12} & p_{13} & -P_{13} & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & -1 & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

y

$$Q = \begin{pmatrix} q_{12} & -Q_{12} & q_{13} & -Q_{13} & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & -1 & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Wong y Beasley (1990), han propuesto restringir directamente los inputs u outputs virtuales en vez de restringir los multiplicadores, puesto que los inputs y outputs virtuales se pueden interpretar como pesos normalizados, reflejando la amplitud en que la tasa de eficiencia de una UTD depende de un input u output.

Los mismos Wong y Beasley introducen algunas posibilidades, aplicar las restricciones solo a la UTD que se está analizando, introducir las restricciones para todas las UTDs o añadir las restricciones solo con respecto a una UTD “media”:

$$\phi_r \leq \frac{u_r \sum_{j=1}^N \frac{y_{rj}}{N}}{\sum_{r=1}^s u_r \left[ \sum_{j=1}^N \frac{y_{rj}}{N} \right]} \leq \psi_r$$

### Aplicación del método de las regiones de seguridad

La gran dificultad en la aplicación de las regiones de seguridad es la determinación de los valores adecuados de los coeficientes  $\kappa_i, \alpha_i, \beta_i, \theta_i, \xi_i, \gamma_i$ , etc.

Se han propuesto varios métodos, pero ninguno de ellos es lo suficientemente general, de forma que se eligen en función del contexto. Roll y Golany (1993) y Roll, Cook y Golany (1991) proponen utilizar el programa DEA normal, sin limitaciones, compilar una matriz de coeficientes de ponderación a partir de este DEA irrestricto, eliminando incluso, si es necesario, los coeficientes de ponderación de outputs o un cierto porcentaje de los coeficientes de ponderación extremos y utilizar los porcentajes que queden como orientadores de los valores admisibles de los multiplicadores.

Dyson y Thanassoulis (1988) proponen utilizar tasas medias marginales estimadas como niveles de referencia.

### Método de la envolvente cónica de ratios

El método de la envolvente de ratios tiene un planteamiento más general que el anterior, y restringe la región admisible de los pesos de inputs y outputs, definiendo conos poliédricos en los espacios de los multiplicadores de inputs y de outputs a partir de la expresión que incluyan las restricciones.

El método, original de Sun (1988) fue desarrollado por Charnes, Cooper, Wei y Huang (1989), Charnes, Cooper, Huang y Sun (1990) y Brockett, Charnes, Cooper, Huang y Sun (1997). Básicamente se puede considerar una generalización del método de las regiones de seguridad.

Si consideramos el  $\vec{v}$ -espacio, el espacio de los multiplicadores de input, y restringimos la región admisible de estos a pertenecer a un cono poliédrico generado

por  $k$  direcciones admisibles representadas por los vectores  $\left\{ \vec{a}_j \right\}_{j=1}^k$ , entonces un

vector de multiplicadores admisibles se puede expresar como:

$$\vec{v} = \sum_{j=1}^k \alpha_j \vec{a}_j = \begin{pmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \dots & \vec{a}_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \dots \\ \alpha_k \end{pmatrix} = \mathbf{A} \vec{\alpha}$$

con  $\alpha_j \geq 0$  y llamamos  $V$  al cono poliédrico convexo definido por:

$$V = \mathbf{A} \vec{\alpha}$$

Análogamente, el  $\vec{u}$ -espacio de multiplicadores de output, la región admisible de multiplicadores referentes a los outputs es el cono poliédrico generado por las  $l$

direcciones admisibles representadas por los vectores los  $l$  vectores  $\left\{ \vec{b}_j \right\}_{j=1}^l$  :

$$\vec{u} = \sum_{j=1}^l \beta_j \vec{b}_j = \begin{pmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \dots & \vec{b}_l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \dots \\ \beta_l \end{pmatrix} = \mathbf{B} \vec{\beta}$$

con  $\beta_j \geq 0$ .

Es fácil demostrar que el método de la región de seguridad es un caso particular del método de ratio-cono. En el caso de restricciones del tipo:

$$m_{1,2} \leq \frac{v_2}{v_1} \leq M_{1,2}$$

podemos tomar:

$$\vec{a}_1^T = (1, m_{1,2}, 0, \dots, 0)$$



$$\vec{a}_2^T = (1, M_{1,2}, 0, \dots, 0)$$

Dados los conos poliédricos convexos,  $V$  y  $U$ , generados por las matrices  $A$  y  $B$  como acabamos de ver, partiendo del modelo CCR sin restricciones en los multiplicadores:

$$\text{Max } \vec{u}^T \vec{y}_0$$

sujeto a:

$$\vec{v}^T \vec{x}_0 = 1$$

$$-\vec{v}^T X + \vec{u}^T Y \leq \vec{0}$$

$$\vec{v} \in V, \vec{u} \in U$$

que coincide con el modelo CCR con multiplicadores restringidos cuando  $V = R^+_m$  y  $U = R^+_s$ , lo podemos transformar en el programa:

$$\text{Max } \vec{\beta}^T \begin{bmatrix} \vec{y}_0 \\ B \end{bmatrix}$$

sujeto a:

$$\vec{\alpha}^T \begin{bmatrix} \vec{x}_0 \\ A \end{bmatrix} = 1$$

$$-\vec{\alpha}^T [AX] + \vec{\beta}^T [BY] \leq \vec{0}$$

$$\vec{\alpha} \geq \vec{0}, \vec{\beta} \geq \vec{0}$$

Es evidente que el programa coincide con el CCR envolvente con los datos transformados según las matrices:

$$\hat{X} = AX$$

$$\hat{Y} = BY$$

### **Método de la inclusión de UTDs ficticias**

El procedimiento de transformación de datos se puede realizar de dos formas, mediante el procedimiento del ratio-cono recién referido, que también se puede considerar como hemos visto una generalización del método de las regiones de seguridad y la inclusión de UTDs ficticias que recojan las restricciones.

Thanassoulis y Allen en una serie de artículos, Thanassoulis y Allen (1998) y Allen y Thanassoulis (1996) han demostrado la equivalencia entre las restricciones de los modelos DEA tipo regiones de seguridad tipo I y II y la incorporación de UTDs no observadas.

En la práctica esto significa que se puede sustituir el conjunto de restricciones por un conjunto de UTDs ficticias. A partir de estas ideas Allen y Thanassoulis desarrollaron un conjunto de algoritmos para reducir la frontera de ineficiencia del DEA.

### **Puntuaciones de eficiencia y multiplicadores restringidos**

Cuando un programa DEA se complementa con introducción de restricciones sobre los multiplicadores, el programa se correspondiente se complica bastante y los resultados y la interpretación de los mismos cambia bastante.

Es claro que puede pasar que UTDs inicialmente eficientes no lo sean cuando se añadan las restricciones.

La interpretación de las medidas de eficiencia no es la misma, pues si una de las restricciones es activa, es posible que alguna solución esté fuera del conjunto de posibilidades de producción, lo que obligaría a retocar la proporción de inputs y outputs.

Más aún, las dos características que hacían de una UTD Pareto-eficiente, en el caso de que no hubiera restricciones, preservar la proporción de inputs y outputs y que no hubiera deterioro en ningún nivel observado de input u output, en el caso de restricciones sobre los coeficientes se pierden.

Podinovski (1999), ha demostrado como en el caso de restricciones absolutas, se pierde también la equivalencia de orientaciones en el modelo con rendimientos constantes a escala.

## **2. INTRODUCCIÓN DE VALORACIONES SOBRE LOS INPUTS Y LOS OUTPUTS**

### **Valoraciones sobre los inputs**

Los inputs de los GI son profesores de la UMA cuya capacidad investigadora se reconoce tanto por el grado, ya hemos dividido el input en doctores y licenciados, como por la asignación de los sexenios de investigación. Los miembros de los GI tienen unos sexenios reconocidos en los que nos basamos para cualificar los inputs y que aparecen en la tabla 47, que determinan que un grupo tenga más o menos cualificación investigadora reconocida.

En principio sería posible incluir la calificación investigadora de cada GI, medida por el número de sexenios, como un output más, como otro resultado de la investigación, pero dadas las características particulares del DEA, eso se traduciría en una disminución de su poder discriminante, una reducción media de las puntuaciones de eficiencia y el incremento de UTDs eficientes. Por eso hemos optado por incluir la capacidad investigadora, en una primera aproximación, como un elemento multiplicador de los outputs, lo que nos permite mantener el mismo número de variables.

Para calcular el factor multiplicador de los outputs, calculamos primero el número de sexenios promedio de cada GI, dividiendo el número de sexenios por el número de componentes del grupo, se suma ese cociente a 1 y se multiplican todos los outputs del grupo por ese valor. Con este criterio, los nuevos outputs serían los recogidos en la tabla 48.

G. I.	Nº MIEM.	Nº SEX.	COEF. MULT.	G. I.	Nº MIEM.	Nº SEX.	COEF. MULT.
<b>SEJ 102</b>	<b>7</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>SEJ 229</b>	5	0	1
<b>SEJ 108</b>	5	2	1,4	<b>SEJ 265</b>	6	0	1
<b>SEJ 122</b>	<b>9</b>	<b>4</b>	<b>1,56</b>	<b>SEJ 284</b>	<b>5</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
<b>SEJ 124</b>	10	8	1,78	<b>SEJ 312</b>	6	0	1
<b>SEJ 139</b>	5	2	1,4	<b>SEJ 314</b>	12	0	1
<b>SEJ 157</b>	11	3	1,27	<b>SEJ 349</b>	15	0	1
<b>SEJ 160</b>	<b>6</b>	<b>2</b>	<b>1,33</b>	<b>SEJ 354</b>	5	0	1
<b>SEJ 168</b>	6	2	1,33	<b>SEJ 356</b>	3	0	1
<b>SEJ 176</b>	9	7	1,78	<b>SEJ 362</b>	4	0	1
<b>SEJ 181</b>	3	0	1	<b>SEJ 363</b>	4	0	1
<b>SEJ 194</b>	6	1	1,16	<b>SEJ 364</b>	6	0	1
<b>SEJ 219</b>	6	4	1,66	<b>SEJ 376</b>	6	2	1,33

**Tabla 47. Coeficientes de calidad investigadora de los G. I.**

No introduciremos otras valoraciones respecto a los inputs porque no disponemos de información sobre sus costes ni sobre su rendimiento productivo, en términos comparativos.

### **La valoración de los outputs**

La introducción de valoraciones sobre los outputs incluidos en la función de producción deberá reflejar la importancia relativa de cada uno.

Como argumentan Sarafoglou y Haynes (1996), libros y artículos en revistas son bienes complementarios, en el sentido de que los libros son frecuentemente

extensiones, en un ámbito más divulgativo, de contribuciones científicas que ya han sido publicadas como artículos en revistas científicas, por lo que atribuiremos a los artículos un peso de 100 frente a un peso de 70 para los libros, en coincidencia con el consenso general en considerar que los resultados de la investigación se publican primero en revistas, y, sólo después en forma de libros (Johnes y Johnes, 1995).

<b>G. I.</b>	<b>COEF.</b>	<b>ARTIC.</b>	<b>LIBROS</b>	<b>TESIS</b>	<b>PROYEC.</b>
<b>SEJ 102</b>	<b>1</b>	19	11	6	0
<b>SEJ 108</b>	1,4	9,8	5,6	1,4	5,6
<b>SEJ 122</b>	<b>1,44</b>	31,68	15,84	10,08	14,4
<b>SEJ 124</b>	1,8	43,2	46,8	1,8	45
<b>SEJ 139</b>	1,4	11,2	15,4	4,2	8,4
<b>SEJ 157</b>	1,27	24,13	16,51	1,27	12,7
<b>SEJ 160</b>	<b>1,33</b>	31,92	13,3	2,66	11,97
<b>SEJ 168</b>	1,33	3,99	1,33	1,33	1,33
<b>SEJ 176</b>	1,78	40,94	26,7	8,9	19,58
<b>SEJ 181</b>	1	7	10	1	2
<b>SEJ 194</b>	1,17	23,4	3,51	0	12,87
<b>SEJ 219</b>	1,67	6,68	38,41	5,01	6,68
<b>SEJ 229</b>	1	4	0	2	1
<b>SEJ 265</b>	1	6	2	4	1
<b>SEJ 284</b>	<b>1</b>	4	16	3	13
<b>SEJ 312</b>	1	5	10	2	2
<b>SEJ 314</b>	1	14	12	1	5
<b>SEJ 349</b>	1	24	26	6	5
<b>SEJ 354</b>	1	13	15	4	0
<b>SEJ 356</b>	1	8	10	1	1
<b>SEJ 362</b>	1	3	9	1	4
<b>SEJ 363</b>	1	1	5	0	10
<b>SEJ 364</b>	1	13	24	1	2
<b>SEJ 376</b>	1,33	19,95	10,64	0	1,33

**Tabla 48. Outputs resultantes calidad investigadora**

La casuística de las tesis y los proyectos es diferente. La dirección de tesis y la elaboración de proyectos es una cuestión que no depende exclusivamente de los miembros de los grupos de investigación.

Las proporciones medias de tesis y proyectos frente a artículos varían muchísimo, pero según los datos disponibles, en promedio, el número de tesis es del orden de la sexta parte del de artículos, y el de proyectos del orden de la mitad.

También consideraremos que la importancia relativa de las tesis doctorales es menor o igual que la producción de libros, y que en la evaluación de la eficiencia de los grupos de investigación no se puede atribuir a las tesis doctorales una importancia menor de la mitad de la asignada a los artículos en revistas, por lo que atribuiremos un coeficiente de 60 a las tesis dirigidas por cada grupo de investigación.

Para terminar, atribuiremos un peso de 50 a los proyectos que tiene contratados el grupo.

### **3. EFICIENCIA TÉCNICA DE LOS GI CON OUTPUTS VALORADOS**

Las relaciones entre las valoraciones de los outputs las vamos a tratar de dos maneras.

La primera forma es la más rígida. Consistirá asignar peso 1 a los ARTÍCULOS, peso 0,7 a los LIBROS, peso 0,6 a las TESIS y peso 0,5 a los PROYECTOS y dejar los inputs sin variar. Denominaremos a este modelo como modelo con outputs valorados 1. Estos factores nos permiten pasar de los 4 outputs originales a uno solo, obtenido a partir de la suma ponderada de los cuatro originales.

La segunda forma es más flexible, puesto que damos un intervalo de variación de los pesos relativos de los distintos outputs. Nos referiremos a este modelo como modelo con outputs valorados 2.

#### **Modelo outputs valorados 1**

La tabla 49 recoge las nuevas variables de este modelo, que al tener solo un output hay que resolverlo con orientación input, aunque eso no tiene importancia para las puntuaciones de eficiencia, dado que tenemos rendimientos constantes a escala. La eficiencia con orientación output es la inversa de la eficiencia con orientación input.

G. I.	DOC	LIC	OUTPUT	G. I.	DOC	LIC	OUTPUT
SEJ 102	4	3	30,3	SEJ 229	3	2	5,7
SEJ 108	3	2	12,4	SEJ 265	4	2	10,3
SEJ 122	8	1	38,9	SEJ 284	4	1	23,5
SEJ 124	7	3	55,3	SEJ 312	3	3	14,2
SEJ 139	4	1	20,5	SEJ 314	6	6	25,5
SEJ 157	5	6	33,7	SEJ 349	10	5	48,3
SEJ 160	5	1	36,7	SEJ 354	4	1	25,9
SEJ 168	4	2	4,8	SEJ 356	2	1	16,1
SEJ 176	6	3	42	SEJ 362	3	1	11,9
SEJ 181	2	1	15,6	SEJ 363	2	2	9,5
SEJ 194	4	2	27,6	SEJ 364	5	1	31,4
SEJ 219	5	1	23,9	SEJ 376	3	3	21,1

Tabla 49. Outputs modelo outputs valorados 1

Las nuevas puntuaciones de eficiencia se recogen en la tabla 50.

Hay varias cuestiones destacables en estos resultados.

\* El número de GI eficientes se ha reducido sensiblemente, quedando solo como eficientes los GI SEJ 122, SEJ 124, SEJ 160 y SEJ 356.

\* La puntuación media de eficiencia ha subido a 1,76 la media total y a 1,91 la media de los que son ineficientes.

G. I.	P. EFIC. UT. VAL	G. I.	P. EFIC. OUT. VAL.
SEJ 122	1,00	SEJ 284	1,27
SEJ 124	1,00	SEJ 139	1,46
SEJ 160	1,00	SEJ 219	1,54
SEJ 356	1,00	SEJ 349	1,67
SEJ 181	1,03	SEJ 363	1,69
SEJ 102	1,06	SEJ 312	1,70
SEJ 376	1,14	SEJ 314	1,89
SEJ 176	1,15	SEJ 362	1,93
SEJ 354	1,15	SEJ 108	1,95
SEJ 194	1,17	SEJ 265	3,13
SEJ 364	1,17	SEJ 229	4,24
SEJ 157	1,19	SEJ 168	6,71

Tabla 50. Eficiencias modelo outputs valorados 1

	DOCT.	LICENC.	ARTIC	LIBROS	TESIS	PROYEC
G. I. EFIC.	4,36	1,71	14,07	13,36	2,43	7,07
G. I. INEF.	4,50	3,00	9,30	8,80	2,20	3,90
G. I. EFIC. OUT. VAL.1	5,50	1,50	19,50	14,25	2,75	11,25
G. I. INEFIC. OUT. VAL.1	4,20	2,40	10,60	10,90	2,25	4,65

Tabla 51. Inputs y outputs medios modelo outputs valorados 1

En estos valores medios es de destacar el incremento sensible de los inputs DOCTORES y todos los outputs, especialmente ARTÍCULOS, entre los GI eficientes con outputs valorados en comparación con los GI eficientes según el modelo básico, debido a la reducción tan drástica de los GI eficientes.

No hay duda de la importancia como referente del SEJ 356, que para este modelo se convierte en el GI a imitar por casi todos los G. I. ineficientes.



G. I. INEF	REFERENTES			
	PESO	G. I. EFIC	PESO	G. I. EFIC
SEJ 102	2,000	SEJ 356		
SEJ 108	1,500	SEJ 356		
SEJ 139	0,125	SEJ 124	0,625	SEJ 160
SEJ 157	2,500	SEJ 356		
SEJ 168	2,000	SEJ 356		
SEJ 176	3,000	SEJ 356		
SEJ 181	1,000	SEJ 356		
SEJ 194	2,000	SEJ 356		
SEJ 219	1,000	SEJ 160		
SEJ 229	1,500	SEJ 356		
SEJ 265	2,000	SEJ 356		
SEJ 284	0,125	SEJ 124	0,625	SEJ 160
SEJ 312	1,500	SEJ 356		
SEJ 314	3,000	SEJ 356		
SEJ 349	5,000	SEJ 356		
SEJ 354	0,125	SEJ 124	0,625	SEJ 160
SEJ 362	0,250	SEJ 124	0,25	SEJ 160
SEJ 363	1,000	SEJ 356		
SEJ 364	1,000	SEJ 160		
SEJ 376	1,500	SEJ 356		

Tabla 52. Referentes GI ineficientes modelo outputs valorados 1

G. I.	FREC.	P. MEDIO	P. TOTAL
SEJ 124	4	0,156	0,624
SEJ 160	6	0,687	4,122
SEJ 356	14	2,107	29,498

Tabla 53. Frecuencia y pesos GI referentes modelo outputs valorados 1

<b>G. I. INEF</b>	<b>ARTIC.</b>	<b>LIBROS</b>	<b>TESIS</b>	<b>PROYEC.</b>	<b>TOTAL</b>
<b>SEJ 102</b>	11,50	8,05	6,90	5,75	32,20
<b>SEJ 108</b>	8,63	6,04	5,18	4,31	24,15
<b>SEJ 139</b>	10,66	7,46	6,40	5,33	29,85
<b>SEJ 157</b>	14,38	10,06	8,63	7,19	40,25
<b>SEJ 168</b>	11,50	8,05	6,90	5,75	32,20
<b>SEJ 176</b>	17,25	12,08	10,35	8,63	48,30
<b>SEJ 181</b>	5,75	4,03	3,45	2,88	16,10
<b>SEJ 194</b>	11,50	8,05	6,90	5,75	32,20
<b>SEJ 219</b>	13,11	9,18	7,86	6,55	36,70
<b>SEJ 229</b>	8,63	6,04	5,18	4,31	24,15
<b>SEJ 265</b>	11,50	8,05	6,90	5,75	32,20
<b>SEJ 284</b>	10,66	7,46	6,40	5,33	29,85
<b>SEJ 312</b>	8,63	6,04	5,18	4,31	24,15
<b>SEJ 314</b>	17,25	12,08	10,35	8,63	48,30
<b>SEJ 349</b>	28,75	20,13	17,25	14,38	80,50
<b>SEJ 356</b>	10,66	7,46	6,40	5,33	29,85
<b>SEJ 362</b>	8,21	5,75	4,93	4,11	23,00
<b>SEJ 363</b>	5,75	4,03	3,45	2,88	16,10
<b>SEJ 364</b>	13,11	9,18	7,86	6,55	36,70
<b>SEJ 376</b>	8,63	6,04	5,18	4,31	24,15

**Tabla 54. Proyecciones de eficiencia GI ineficientes modelo outputs valorados 1**

Es necesario destacar el carácter atípico en este modelo del SEJ 122, que es sólo referente de sí mismo, mientras que los GI SEJ 124 y SEJ 160 aparecen casi siempre juntos como referentes de los grupos ineficientes, salvo para el SEJ 364 y el SEJ 219.

### **Modelo outputs valorados 2: Restricciones de intervalos sobre las proporciones de los multiplicadores**

Podemos permitir más flexibilidad a las relaciones entre los outputs permitiendo que los coeficientes que atribuimos a cada output pertenezcan a un intervalo y no sean fijos.

En nuestro caso y teniendo en cuenta las proporciones fijas de las que hemos partido, hemos considerado adecuado los siguientes intervalos para los multiplicadores:

$$95 \leq u_1 \leq 105$$

$$65 \leq u_2 \leq 75$$

$$55 \leq u_3 \leq 65$$

$$45 \leq u_4 \leq 55$$

Si pasamos a las desigualdades:

$$0,62 \leq \frac{u_2}{u_1} \leq 0,79$$

$$0,52 \leq \frac{u_3}{u_1} \leq 0,68$$

$$0,43 \leq \frac{u_4}{u_1} \leq 0,58$$

que generan las direcciones admisibles:

$$\vec{a}_1^T = (1, 0.62, 0, 0)$$

$$\vec{a}_2^T = (1, 0.79, 0, 0)$$

$$\vec{a}_3^T = (1, 0, 0.52, 0)$$

$$\vec{a}_4^T = (1, 0, 0.68, 0)$$

$$\vec{a}_5^T = (1, 0, 0, 0.43)$$

$$\vec{a}_6^T = (1, 0, 0, 0.58)$$

que conforman la matriz:

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0.62 & 0.79 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.52 & 0.68 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.43 & 0.58 \end{pmatrix}$$

asi pasamos del programa:

$$\text{Min } \vec{v}^T \vec{x}_0$$

sujeto a las restricciones:

$$\vec{u}^T \vec{y}_0 = 1$$

$$-\vec{v}^T \vec{X} + \vec{u}^T \vec{Y} \leq \vec{0}$$

$$\vec{v} \geq \vec{0}$$

$$\vec{u} \geq \vec{0}$$

al modelo:

G. I.	O <sub>1</sub>	O <sub>2</sub>	O <sub>3</sub>	O <sub>4</sub>	O <sub>5</sub>	O <sub>6</sub>
<b>SEJ 102</b>	25,82	27,69	22,12	23,08	19	19
<b>SEJ 108</b>	9,48	10,16	7,52	7,68	8,72	9,32
<b>SEJ 122</b>	28,82	30,69	25,64	26,76	26,3	27,8
<b>SEJ 124</b>	40,12	44,54	24,52	24,68	34,75	38,5
<b>SEJ 139</b>	14,82	16,69	9,56	10,04	10,58	11,48
<b>SEJ 157</b>	27,06	29,27	19,52	19,68	23,3	24,8
<b>SEJ 160</b>	30,2	31,9	25,04	25,36	27,87	29,22
<b>SEJ 168</b>	3,62	3,79	3,52	3,68	3,43	3,58
<b>SEJ 176</b>	32,3	34,85	25,6	26,4	27,73	29,38
<b>SEJ 181</b>	13,2	14,9	7,52	7,68	7,86	8,16
<b>SEJ 194</b>	21,86	22,37	20	20	24,73	26,38
<b>SEJ 219</b>	18,26	22,17	5,56	6,04	5,72	6,32
<b>SEJ 229</b>	4	4	5,04	5,36	4,43	4,58
<b>SEJ 265</b>	7,24	7,58	8,08	8,72	6,43	6,58
<b>SEJ 284</b>	13,92	16,64	5,56	6,04	9,59	11,54
<b>SEJ 312</b>	11,2	12,9	6,04	6,36	5,86	6,16
<b>SEJ 314</b>	21,44	23,48	14,52	14,68	16,15	16,9
<b>SEJ 349</b>	40,12	44,54	27,12	28,08	26,15	26,9
<b>SEJ 354</b>	22,3	24,85	15,08	15,72	13	13
<b>SEJ 356</b>	14,2	15,9	8,52	8,68	8,43	8,58
<b>SEJ 362</b>	8,58	10,11	3,52	3,68	4,72	5,32
<b>SEJ 363</b>	4,1	4,95	1	1	5,3	6,8
<b>SEJ 364</b>	27,88	31,96	13,52	13,68	13,86	14,16
<b>SEJ 376</b>	19,96	21,32	15	15	15,43	15,58

Tabla 55. Outputs transformados modelo outputs valorados 2

$$\text{Min } v \xrightarrow{T} x_0$$

sujeto a las restricciones:

$$\vec{\alpha}^T A y_0 = 1$$

$$-\vec{v}^T X + \vec{u}^T Y \leq \vec{0} \Leftrightarrow -\vec{v}^T X + \vec{\alpha}^T AY \leq \vec{0}$$

$$\vec{v} \geq \vec{0}$$

$$\vec{\alpha} \geq \vec{0}$$

que coincide con el programa con los datos transformados según las transformaciones:

$$\hat{Y} = AY$$

La matriz  $\hat{Y}^T$ , los nuevos outputs aparece recogida en la tabla 55.

G. I.	EFIC.	G. I.	EFIC.
SEJ 102	1,00	SEJ 219	1,44
SEJ 122	1,00	SEJ 139	1,59
SEJ 160	1,00	SEJ 284	1,60
SEJ 194	1,00	SEJ 349	1,68
SEJ 356	1,00	SEJ 314	1,83
SEJ 364	1,00	SEJ 312	1,85
SEJ 376	1,00	SEJ 108	1,89
SEJ 124	1,03	SEJ 363	1,94
SEJ 181	1,06	SEJ 362	2,10
SEJ 354	1,07	SEJ 265	2,50
SEJ 157	1,13	SEJ 229	3,17
SEJ 176	1,14	SEJ 168	5,91

Tabla 56. Eficiencias modelo outputs valorados 2

Con las razones de multiplicadores restringidas a pertenecer a un intervalo en vez de forma exacta, tenemos que el conjunto de GI eficientes se amplía con respecto al grupo obtenido en el modelo con la restricción de los outputs exacta, siendo ahora 7 el número de GI eficientes.

GI eficientes son el SEJ 102, el SEJ 122, el SEJ 160, el SEJ 194, el SEJ 356, el SEJ 364 y el SEJ 376.

Se produce también una reducción de la puntuación media de eficiencia que baja algo con respecto al modelo con las valoraciones rígidas, pero superior al modelo básico, sin valoraciones y por tanto sin restricciones. La eficiencia media total se sitúa en 1,66 y la eficiencia media para los GI ineficientes pasa a 1,937.

Los nuevos GI eficientes, con respecto al anterior modelo valorado son el SEJ 102, el SEJ 194, el SEJ 364 y el SEJ 376, mientras que deja de ser eficiente el SEJ 124, que es el aspecto más llamativo de la nueva situación.

La ineficiencia del SEJ 124 se debe a que entran como eficientes el SEJ 194 y el SEJ 376, que lo hacen ineficiente.

La tabla 57 muestra los valores medios de las variables para los grupos de investigación eficientes, ineficientes, y eficientes con las restricciones.

	<b>DOCT.</b>	<b>LICENC.</b>	<b>ARTIC</b>	<b>LIBROS</b>	<b>TESIS</b>	<b>PROYEC</b>
<b>G. I. EFIC.</b>	4,36	1,71	14,07	13,36	2,43	7,07
<b>G. I. INEF.</b>	4,50	3,00	9,30	8,80	2,20	3,90
<b>G. I. EFIC. OUT. VAL. 2</b>	4,42	1,71	17,29	11,00	2,43	4,86
<b>G. I. INEFIC.OUT. VAL.2</b>	4,41	2,47	9,94	11,65	2,29	6,12

**Tabla 57. Inputs y outputs medios modelo outputs valorados 2**

Es destacable de estos valores medios el desplazamiento de los grupos eficientes hacia la producción de artículos, a costa de la producción de los demás outputs, al

contrario de los resultados del modelo anterior, lo que se debe por el peso que el modelo da a los artículos y por que se incrementa el número de GI con respecto al otro modelo de valoración de outputs.

Las tablas 58 y 59 muestran los referentes de los GI ineficientes y la frecuencia con que aparecen como referentes los grupos de investigación eficientes. Es inmediato comprobar que los dos grupos de investigación “más eficientes” en este modelo son el SEJ 160 y el SEJ 356.

G. I. INEF	REFERENTES					
	PESO	G. I. EFIC	PESO	G. I. EFIC	PESO	G. I. EFIC
SEJ 108	0,102	SEJ 160	0,296	SEJ 194	0,435	SEJ 376
SEJ 124	0,983	SEJ 160	0,033	SEJ 194	0,650	SEJ 376
SEJ 139	0,397	SEJ 160	0,333	SEJ 356	0,269	SEJ 364
SEJ 157	0,386	SEJ 194	1,153	SEJ 376		
SEJ 168	0,528	SEJ 102	0,352	SEJ 160	0,032	SEJ 194
SEJ 176	0,747	SEJ 160	0,007	SEJ 194	0,747	SEJ 376
SEJ 181	0,008	SEJ 160	0,968	SEJ 356	0,008	SEJ 376
SEJ 219	1,000	SEJ 364				
SEJ 229	0,636	SEJ 102	0,091	SEJ 160		
SEJ 265	0,545	SEJ 102	0,364	SEJ 160		
SEJ 284	0,407	SEJ 160	0,333	SEJ 356	0,259	SEJ 364
SEJ 312	1,500	SEJ 356				
SEJ 314	0,155	SEJ 356	1,896	SEJ 376		
SEJ 349	0,478	SEJ 102	0,319	SEJ 160	3,246	SEJ 356
SEJ 354	0,411	SEJ 160	0,333	SEJ 356	0,256	SEJ 364
SEJ 362	1,000	SEJ 356				
SEJ 363	0,049	SEJ 160	0,667	SEJ 356	0,284	SEJ 364

Tabla 58. Referentes de G. I. ineficientes modelo outputs valorados 2



<b>G. I.</b>	<b>Frecuencia</b>	<b>Peso medio</b>	<b>P. TOTAL</b>
<b>SEJ 102</b>	4	0,547	2,19
<b>SEJ 160</b>	12	0,353	4,23
<b>SEJ 194</b>	6	0,209	1,25
<b>SEJ 356</b>	9	0,949	8,54
<b>SEJ 364</b>	5	0,414	2,07
<b>SEJ 376</b>	6	0,815	4,89

**Tabla 59. Frecuencia y peso G. I. referentes modelo outputs valorados 2**

<b>G. I.</b>	<b>P. Efic</b>	<b>DOC.</b>	<b>LIC</b>	<b>ARTIC</b>	<b>LIBROS</b>	<b>TESIS</b>	<b>PROYEC</b>
<b>SEJ 108</b>	1,883	3,00	2,00	14,90	5,39	0,20	4,61
<b>SEJ 124</b>	1,031	7,00	3,00	34,02	15,13	1,97	9,87
<b>SEJ 139</b>	1,593	4,00	1,00	15,70	13,77	1,40	4,45
<b>SEJ 157</b>	1,131	5,00	4,23	25,00	10,38	0,00	5,39
<b>SEJ 168</b>	5,911	4,00	2,00	19,12	9,42	3,87	3,52
<b>SEJ 176</b>	1,139	6,00	3,00	29,25	13,46	1,49	7,54
<b>SEJ 181</b>	1,062	2,00	1,00	8,06	9,83	0,98	1,05
<b>SEJ 219</b>	1,442	5,00	1,00	13,00	24,00	1,00	2,00
<b>SEJ 229</b>	3,170	3,00	2,00	14,27	7,91	4,00	0,82
<b>SEJ 265</b>	2,501	4,00	2,00	19,09	9,64	4,00	3,27
<b>SEJ 284</b>	1,597	4,00	1,00	15,81	13,63	1,41	4,52
<b>SEJ 312</b>	1,849	3,00	1,50	12,00	15,00	1,50	1,50
<b>SEJ 314</b>	1,817	6,00	5,84	29,69	16,73	0,16	2,05
<b>SEJ 349</b>	1,685	10,00	5,00	42,71	40,91	6,75	6,12
<b>SEJ 354</b>	1,070	4,00	1,00	15,86	13,58	1,41	4,54
<b>SEJ 362</b>	2,102	3,00	1,00	10,21	13,98	1,05	1,68
<b>SEJ 363</b>	1,940	2,00	1,00	10,00	1,50	0,00	5,50

**Tabla 60. Objetivos GI ineficientes modelo outputs valorados 2**

#### 4. EFICIENCIA DE LOS G. I. CON VALORACIÓN DE LA CAPACIDAD INVESTIGADORA

En este apartado calcularemos las puntuaciones de eficiencia de los GI teniendo en cuenta la valoración de la capacidad investigadora tal como la introdujimos en el apartado 1 de este capítulo.

##### Eficiencia técnica GI con valoración únicamente de la capacidad investigadora

Aplicando modelo CCR del DEA a los outputs recogidos en la tabla 47 y sin cambiar los inputs, obtenemos las puntuaciones de eficiencia recogidas en la tabla 60.

Lo más destacable de estos resultados en comparación con los resultados del modelo original, sin valoraciones, es que el número de GI eficientes ha disminuido a 6: el SEJ 102, el SEJ 122, el SEJ 124, el SEJ 160, el SEJ 176 y el SEJ 219, todos ellos eficientes en el modelo básico.

G. I.	EFIC. CAL. INVEST.	G. I.	EFIC. CAL. INVEST.
SEJ 102	1,000	SEJ 363	1,286
SEJ 122	1,000	SEJ 356	1,300
SEJ 124	1,000	SEJ 181	1,340
SEJ 160	1,000	SEJ 157	1,401
SEJ 176	1,000	SEJ 265	1,483
SEJ 219	1,000	SEJ 312	1,845
SEJ 376	1,026	SEJ 108	2,053
SEJ 284	1,092	SEJ 349	2,132
SEJ 139	1,117	SEJ 229	2,242
SEJ 194	1,151	SEJ 362	2,372
SEJ 354	1,208	SEJ 314	2,784
SEJ 364	1,220	SEJ 168	4,461

Tabla 61. Eficiencias modelo con valoración capacidad investigadora

La eficiencia media para este modelo (todos los GI) es 1,563, mientras que la eficiencia media de los GI ineficientes es 1,751.

Los GI que han pasado de eficientes a ineficientes al incluir la calidad en los inputs han sido el SEJ 181, el SEJ 194, el SEJ 284, el SEJ 354, SEJ 356, el SEJ 363, el SEJ 364 y el SEJ 376.

Para analizar detalladamente las razones de estos cambios en los GI eficiente nos puede ayudar la tabla 62 donde aparecen las medias de las variables para los GI eficientes e ineficientes tanto en el modelo básico como en el que incorpora las valoraciones sobre la capacidad investigadora. Los valores medios de los GI eficientes en el modelo con los inputs valorados son marcadamente superiores que para los GI eficientes en el modelo básico, incluidos los inputs.

	<b>DOCT.</b>	<b>LICENC.</b>	<b>ARTIC</b>	<b>LIBROS</b>	<b>TESIS</b>	<b>PROYEC</b>	<b>COEF. MULTI</b>
<b>G.I. EFIC.</b>	4,36	1,71	14,07	13,36	2,43	7,07	
<b>G.I. INEFIC.</b>	4,50	3,00	9,30	8,80	2,20	3,90	
<b>G. I. EFIC. VAL. INV.</b>	<b>5,83</b>	<b>2,00</b>	<b>19,33</b>	<b>16,00</b>	<b>4,00</b>	<b>9,83</b>	<b>1,50</b>
<b>G. I. INEFIC. VAL. INV</b>	3,94	2,33	9,67	9,94	1,78	4,39	1,11
<b>G.I. EFIC. PERDIDA</b>	3,25	1,50	10,13	11,38	1,25	5,00	1,06

**Tabla 62. Valores medios variables modelo valoración capacidad investigadora**

También los grupos de referencia han sufrido variaciones, como muestra la tabla 63.

Comparando estos resultados con los obtenidos en el modelo CCR básico se observa que han desaparecido como referentes los GI SEJ 181, SEJ 284, SEJ 354, SEJ 356 y SEJ 364 que, han dejado de ser eficientes, mientras que los SEJ 124, SEJ 176 y SEJ 219 son los más interesantes como referentes.

G. I. INEF	REFERENTES							
	PESO	G.I.	PESO	G.I.	PESO	G.I.	PESO	G.I.
SEJ 108	0,077	SEJ 124	0,410	SEJ 176				
SEJ 139	0,226	SEJ 122	0,041	SEJ 124	0,150	SEJ 176	0,200	SEJ 219
SEJ 157	0,067	SEJ 124	0,755	SEJ 176				
SEJ 168	0,667	SEJ 176						
SEJ 181	0,153	SEJ 124	0,046	SEJ 176	0,130	SEJ 219		
SEJ 194	0,079	SEJ 124	0,574	SEJ 176				
SEJ 229	0,500	SEJ 102	0,167	SEJ 176				
SEJ 265	0,667	SEJ 176						
SEJ 284	0,245	SEJ 122	0,225	SEJ 124	0,079	SEJ 219		
SEJ 312	0,237	SEJ 176	0,316	SEJ 219				
SEJ 314	0,429	SEJ 124	0,500	SEJ 176				
SEJ 349	0,067	SEJ 124	1,079	SEJ 176	0,611	SEJ 219		
SEJ 354	0,187	SEJ 122	0,028	SEJ 160	0,174	SEJ 176	0,264	SEJ 219
SEJ 356	0,169	SEJ 124	0,061	SEJ 176	0,090	SEJ 219		
SEJ 362	0,142	SEJ 124	0,037	SEJ 176	0,358	SEJ 219		
SEJ 363	0,286	SEJ 124						
SEJ 364	0,364	SEJ 160	0,636	SEJ 219				
SEJ 376	0,500	SEJ 176						

Tabla 63. Referentes G. I. ineficientes modelo valoración investigación

	FREC.	PESO TOTAL
SEJ 102	1	0,5
SEJ 122	3	0,22
SEJ 124	11	0,16
SEJ 160	2	0,2
SEJ 176	15	0,4
SEJ 219	9	0,3

Tabla 64. Frecuencia y peso G. I. referentes modelo valoración investigación

<b>G. I.</b>	<b>DOC.</b>	<b>LIC.</b>	<b>ARTIC</b>	<b>LIBROS</b>	<b>TESIS</b>	<b>PROYEC</b>
<b>SEJ 108</b>	3,00	1,46	20,12	14,56	3,79	11,50
<b>SEJ 139</b>	4,00	1,00	16,43	17,21	4,69	9,39
<b>SEJ 157</b>	5,00	2,47	33,81	23,29	6,84	17,80
<b>SEJ 168</b>	4,00	2,00	27,29	17,80	5,93	13,05
<b>SEJ 181</b>	2,00	0,73	9,38	13,40	1,34	8,66
<b>SEJ 194</b>	4,00	1,96	26,93	19,04	5,25	14,81
<b>SEJ 229</b>	3,00	2,00	16,32	9,95	4,48	3,26
<b>SEJ 265</b>	4,00	2,00	27,29	17,80	5,93	13,05
<b>SEJ 284</b>	3,93	1,00	18,03	17,47	3,28	14,19
<b>SEJ 312</b>	3,00	1,03	11,81	18,45	3,69	6,75
<b>SEJ 314</b>	6,00	2,79	38,98	33,41	5,22	29,08
<b>SEJ 349</b>	10,00	4,05	51,16	55,42	12,79	28,22
<b>SEJ 354</b>	4,00	1,00	15,70	18,11	4,83	8,19
<b>SEJ 356</b>	2,00	0,78	10,40	13,00	1,30	9,40
<b>SEJ 362</b>	3,00	0,89	10,01	21,35	2,37	9,49
<b>SEJ 363</b>	2,00	0,86	12,34	13,37	0,51	12,86
<b>SEJ 364</b>	5,00	1,00	15,86	29,28	4,16	8,60
<b>SEJ 376</b>	3,00	1,50	20,47	13,35	4,45	9,79

Tabla 65. Proyecciones eficiencia GI ineficientes con valoración capacidad investigadora

### **Eficiencia técnica G. I. con valoración de la capacidad investigadora y de los outputs: modelo de doble valoración**

En este apartado mantendremos la valoración de la capacidad investigadora de los GI y, siguiendo un camino paralelo al apartado 3 de este mismo capítulo, incluiremos también la valoración de los outputs.

En este caso tenemos la transformación de outputs dada por:

$$\hat{Y}^* = AY^*$$

G. I.	O <sub>1</sub>	O <sub>2</sub>	O <sub>3</sub>	O <sub>4</sub>	O <sub>5</sub>	O <sub>6</sub>
<b>SEJ 102</b>	25,82	27,69	22,12	23,08	19	19
<b>SEJ 108</b>	13,27	14,22	10,53	10,75	12,21	13
<b>SEJ 122</b>	41,50	44,19	36,92	38,53	37,87	40,03
<b>SEJ 124</b>	72,22	80,17	44,14	44,42	62,55	69,3
<b>SEJ 139</b>	20,75	23,37	13,39	14,06	14,81	16,07
<b>SEJ 157</b>	34,37	37,17	24,79	24,99	29,60	31,50
<b>SEJ 160</b>	40,17	42,48	33,30	33,73	37,07	38,86
<b>SEJ 168</b>	4,81	5,04	4,68	4,89	4,56	4,76
<b>SEJ 176</b>	57,49	62,03	45,57	46,99	49,36	52,30
<b>SEJ 181</b>	13,2	14,9	7,52	7,68	7,86	8,16
<b>SEJ 194</b>	25,58	26,17	23,4	23,4	28,93	30,86
<b>SEJ 219</b>	30,49	37,02	9,29	10,09	9,55	10,55
<b>SEJ 229</b>	4	4	5,04	5,36	4,43	4,58
<b>SEJ 265</b>	7,24	7,58	8,08	8,72	6,43	6,58
<b>SEJ 284</b>	13,92	16,64	5,56	6,04	9,59	11,54
<b>SEJ 312</b>	11,2	12,9	6,04	6,36	5,86	6,16
<b>SEJ 314</b>	21,44	23,48	14,52	14,68	16,15	16,9
<b>SEJ 349</b>	40,12	44,54	27,12	28,08	26,15	26,9
<b>SEJ 354</b>	22,3	24,85	15,08	15,72	13	13
<b>SEJ 356</b>	14,2	15,9	8,52	8,68	8,43	8,58
<b>SEJ 362</b>	8,58	10,11	3,52	3,68	4,72	5,32
<b>SEJ 363</b>	4,1	4,95	1	1	5,3	6,8
<b>SEJ 364</b>	27,88	31,96	13,52	13,68	13,86	14,16
<b>SEJ 376</b>	26,55	28,36	19,95	19,95	20,52	20,72

Tabla 66. Outputs transformados modelo doble valoración

donde  $Y^*$  es la matriz de outputs resultantes de multiplicar  $Y$  por el vector de coeficientes de capacidad investigadora, y  $A$  es la matriz definida en el apartado 3.2 de este capítulo:

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0,62 & 0,79 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,52 & 0,68 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,43 & 0,58 \end{pmatrix}$$

En nuestro caso la matriz de outputs  $Y^*$  es la que recoge la tabla 66 y la 67 recoge las puntuaciones de eficiencia de los GI con los valores transformados.

Dada la doble valoración que incluye el modelo, no es raro que el grupo de UTDs eficientes se haya reducido a 4:

SEJ 122, SEJ 124, SEJ 160, y SEJ 176.

Las puntuaciones medias de eficiencia son 2,09 para el total de los GI y 2,3 para los ineficientes.

<b>G. I.</b>	<b>EFIC. DOBLE VAL.</b>	<b>G. I.</b>	<b>EFIC. DOBLE VAL.</b>
<b>SEJ 122</b>	1,00	<b>SEJ 181</b>	1,54
<b>SEJ 124</b>	1,00	<b>SEJ 139</b>	1,56
<b>SEJ 160</b>	1,00	<b>SEJ 108</b>	2,07
<b>SEJ 176</b>	1,00	<b>SEJ 284</b>	2,20
<b>SEJ 376</b>	1,10	<b>SEJ 349</b>	2,47
<b>SEJ 219</b>	1,15	<b>SEJ 312</b>	2,66
<b>SEJ 194</b>	1,19	<b>SEJ 314</b>	2,81
<b>SEJ 364</b>	1,33	<b>SEJ 363</b>	2,91
<b>SEJ 102</b>	1,36	<b>SEJ 362</b>	3,03
<b>SEJ 157</b>	1,43	<b>SEJ 265</b>	3,59
<b>SEJ 356</b>	1,44	<b>SEJ 229</b>	4,38
<b>SEJ 354</b>	1,47	<b>SEJ 168</b>	6,40

**Tabla 67. Eficiencias modelo doble valoración**

<b>REFERENTES</b>					
<b>G. I.</b>	<b>P. EFIC</b>	<b>PESO</b>	<b>G. I.</b>	<b>PESO</b>	<b>G. I.</b>
<b>SEJ 102</b>	1,35	0,667	<b>SEJ 176</b>		
<b>SEJ 108</b>	2,06	0,113	<b>SEJ 124</b>	0,368	<b>SEJ 176</b>
<b>SEJ 139</b>	1,56	0,125	<b>SEJ 124</b>	0,625	<b>SEJ 160</b>
<b>SEJ 157</b>	1,43	0,268	<b>SEJ 124</b>	0,521	<b>SEJ 176</b>
<b>SEJ 168</b>	6,40	0,667	<b>SEJ 176</b>		
<b>SEJ 181</b>	1,53	0,286	<b>SEJ 124</b>		
<b>SEJ 194</b>	1,186	0,289	<b>SEJ 124</b>	0,330	<b>SEJ 176</b>
<b>SEJ 219</b>	1,145	1,000	<b>SEJ 160</b>		
<b>SEJ 229</b>	4,38	0,500	<b>SEJ 176</b>		
<b>SEJ 265</b>	3,59	0,667	<b>SEJ 176</b>		
<b>SEJ 284</b>	2,19	0,125	<b>SEJ 124</b>	0,625	<b>SEJ 160</b>
<b>SEJ 312</b>	2,66	0,429	<b>SEJ 124</b>		
<b>SEJ 314</b>	2,80	0,530	<b>SEJ 124</b>	0,381	<b>SEJ 176</b>
<b>SEJ 349</b>	2,47	0,858	<b>SEJ 124</b>	0,666	<b>SEJ 176</b>
<b>SEJ 354</b>	1,47	0,125	<b>SEJ 124</b>	0,625	<b>SEJ 160</b>
<b>SEJ 356</b>	1,44	0,286	<b>SEJ 124</b>		
<b>SEJ 362</b>	3,03	0,250	<b>SEJ 124</b>	0,250	<b>SEJ 160</b>
<b>SEJ 363</b>	2,91	0,286	<b>SEJ 124</b>		
<b>SEJ 364</b>	1,32	1,000	<b>SEJ 160</b>		
<b>SEJ 376</b>	1,10	0,092	<b>SEJ 124</b>	0,393	<b>SEJ 176</b>

**Tabla 68. Referentes de G. I. ineficientes doble valoración**

Es inmediato comprobar que los dos grupos de investigación más eficientes en este modelo de doble valoración son el SEJ 124, que aparece con una frecuencia de 14 y un peso medio de 0,29, y sobre todo el SEJ 176, que aparece con una frecuencia de 19 y un peso medio de 0,516.



El análisis de los resultados de la tabla 69 muestra un incremento en la productividad en todos los outputs, especialmente en los ARTÍCULOS, acompañado de altos valores en los inputs, debido a que son los grupos con más miembros los que en promedio tienen mayor coeficiente investigador.

	DOCT.	LICENC.	ARTIC	LIBROS	TESIS	PROYEC	C. MULTI
<b>G. I. EFIC.</b>	4,36	1,71	14,07	13,36	2,43	7,07	1,33
<b>G. I. INEF.</b>	4,50	3,00	9,30	8,80	2,20	3,90	1,14
<b>G. I. EFIC. DOBLE VALOR.</b>	6,5	2	23,25	15,5	3,75	13,75	1,58
<b>G. I. INEFIC. DOBLE VALOR.</b>	4,00	2,30	9,85	10,65	2,05	4,15	1,13

**Tabla 69. Inputs y outputs medios modelos doble valoración y básico**

Queda determinar los objetivos de los G. I. ineficientes, para ello tenemos que deshacer la transformación realizada lo que nos lleva a la tabla 70.

<b>G. I.</b>	<b>P. Efic</b>	<b>ARTIC</b>	<b>LIBROS</b>	<b>TESIS</b>	<b>PROYEC</b>
<b>SEJ 102</b>	1,17	25,54	10,64	2,13	9,58
<b>SEJ 108</b>	1,36	27,29	17,80	5,93	13,05
<b>SEJ 139</b>	1,00	43,20	46,80	1,80	45,00
<b>SEJ 157</b>	1,56	25,35	14,16	1,89	13,11
<b>SEJ 168</b>	1,00	31,92	13,30	2,66	11,97
<b>SEJ 181</b>	1,00	40,94	26,70	8,90	19,58
<b>SEJ 194</b>	1,54	12,34	13,37	0,51	12,86
<b>SEJ 219</b>	1,19	25,98	22,32	3,45	19,45
<b>SEJ 229</b>	1,15	31,92	13,30	2,66	11,97
<b>SEJ 265</b>	4,38	20,47	13,35	4,45	9,79
<b>SEJ 284</b>	3,59	27,29	17,80	5,93	13,05
<b>SEJ 312</b>	2,20	25,35	14,16	1,89	13,11
<b>SEJ 314</b>	2,66	18,51	20,06	0,77	19,29
<b>SEJ 349</b>	2,81	38,52	35,00	4,35	31,33

<b>SEJ 354</b>	2,47	64,32	57,92	7,47	51,64
<b>SEJ 356</b>	1,47	25,35	14,16	1,89	13,11
<b>SEJ 362</b>	1,44	12,34	13,37	0,51	12,86
<b>SEJ 363</b>	3,03	18,78	15,02	1,11	14,24
<b>SEJ 364</b>	2,91	12,34	13,37	0,51	12,86
<b>SEJ 376</b>	1,33	31,92	13,30	2,66	11,97

**Tabla 70. Objetivos outputs originales G. I. ineficientes modelo doble valoración**

## CONCLUSIONES

Hemos aplicado el modelo CCR del DEA a los 24 Grupos de Investigación del área de Economía de la Universidad de Málaga.

Inicialmente hemos clasificado los GI en eficientes, 14 de los 24 e ineficientes, los 10 restantes. La eficiencia media encontrada ha sido 1,33. Además hemos determinado las características de los inputs y los outputs correspondientes a GI eficientes e ineficientes, hemos determinado la importancia de inputs y outputs en la clasificación de eficiencias, hemos calculado el grupo de referencia para cada GI ineficiente y hemos realizado un estudio de la sensibilidad del modelo tanto en la elección de los rendimientos a escala como ante la especificación de las variables.

Comparados los resultados en términos de puntuación media de eficiencia y número de GI eficientes, la variable más crítica es DOCTORES, cuya supresión hace subir la puntuación de eficiencia a 3,46 y baja el número de GI eficientes a 5, seguida de TESIS, cuya supresión genera una eficiencia media de 1,612 y rebaja el número de GI eficientes a 11.

En los siguientes capítulos hemos mostrado las posibilidades de la aplicación del DEA al estudio de la función de producción de los GI.

En el capítulo 3 hemos ordenado los GI eficientes, según los procedimientos del método de las frecuencias, de la matriz de eficiencias cruzadas, de la supereficiencia, de las correlaciones canónicas y el de la ratio-discriminante y contrastando su coherencia. De todo este procedimiento sale un reducido grupo de GI que muestran un comportamiento más eficiente en todos los criterios anteriores.

En el capítulo 4 hemos calculado las tasas de transformación entre ARTÍCULOS y

LIBROS, tanto para GI eficientes como ineficientes.

También hemos estudiado las potenciales economías de alcance. Puesto que los dos outputs que se han comparado, ARTÍCULOS y LIBROS, no son exhaustivos de la producción de los GI, el resultado está perturbado por la existencia de los otros dos outputs y solo se puede considerar orientativo, aunque hemos utilizado dos modelos, uno que ignora los outputs TESIS y PROYECTOS, en este caso, el índice medio de economía de alcance es 1,05 y otro que los incluye, pero que no puede eliminar la perturbación, que da un índice medio de economía de alcance de 1,04. Ambos índices son muy pequeños, indican una mejora potencial solo del 4%.

En el capítulo 5 hemos calculado las eficiencias de los GI introduciendo valoraciones, tanto en los outputs como en los inputs. Los outputs se han valorado incluyendo una estructura de preferencias sobre los mismos, de forma que se en comparación con los ARTÍCULOS, a los LIBROS se le asigna un valor 0,7, a las TESIS, un valor 0,6 y a los PROYECTOS un valor 0,5.

Hemos incluido estas valoraciones en el modelo de dos formas, una estricta y otra flexible, obteniendo para cada uno de ellos las correspondientes puntuaciones de eficiencia y grupos de GI eficientes e ineficientes, referentes, inputs y outputs medios y las proyecciones de eficiencia. La valoración de los inputs se ha centrado en incluir la valoración de la capacidad investigadora de los miembros de los grupos, a partir de un factor, obtenido a partir de los sexenios reconocidos, que multiplica a los outputs.

Hemos desarrollado dos modelos a partir de esta valoración de los inputs, uno de forma aislada y otro en conjunción con la valoración flexible de los output, obteniendo para cada uno de ellos las correspondientes puntuaciones de eficiencia y grupos de G. I. eficientes e ineficientes, referentes, inputs y outputs medios.

Respecto al modelo con doble valoración, los resultados obtenidos han sido 4 G. I. eficientes con una puntuación media de eficiencia de 2,09.

## BIBLIOGRAFÍA

- Ahn, T., A. Charnes y W. W. Cooper (1988) Some Statistical and DEA Evaluations of Relative Efficiencies of Public and Private Institutions of Higher Learning. *Socio-Economic Planning Sciences*, 22 (6) pp. 259-269.
- Ahn, T., V. Arnold, A. Charnes y W. W. Cooper (1989) DEA and Ratio Efficiency Analyses for Public Institutions of Higher Learning in Texas. *Research in Governmental and Nonprofit Accounting*, vol. 5.
- Ali, A. I. y L. M. Seiford (1993) The mathematical programming approach to efficiency analysis, en Fried, Knox Lovell y Shelton (Eds.) *The Measurement of Productive Efficiency*.
- Allen, R. y E. Thanassoulis (1996) Increasing Envelopment in Data Envelopment Analysis. Working Paper n°. 210, Warwick Business School, Warwick University, Coventry.
- Álvarez, A. (Coord.) (2001) *La medición de la eficiencia y la productividad*. Pirámide.
- Andersen, P. y N. C. Petersen (1993) A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. *Management Science*, 39(10), pp. 1261-1264.
- Athanassopoulos, A. D. y E. Shale (1997) Assessing the comparative efficiency of higher education institutions in the UK by means of Data Envelopment Analysis. *Education Economics*, 5 (2) pp. 117-135.
- Banker R. D. y R. M. Thrall (1992) Estimation of returns to scale using data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 62(1). pp. 74-84.
- Banker R. D., H. Chang y W. W. Cooper (1996) Simulation studies of efficiency, returns to scale and misspecification with nonlinear functions in DEA. *Annals of Operations Research*, 66(4), pp. 233-253.
- Banker, R. D., A. Charnes y W. W. Cooper (1984) Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in DEA. *Management Science*, 30(9) pp. 1078-1092.

- Banker, R. D., A. Charnes y W. W. Cooper (1984) Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in DEA. *Management Science*, 30(9) pp. 1078-1092.
- Brockett, P. L., A. Charnes, W. W. Cooper, Z. M. Huang y D. B. Sun (1997) Data Transformations in DEA Cone Ratio Envelopment Approaches for Monitoring Bank Performance. *European Journal of Operational Research*, 98(2), pp. 250-268.
- Cave, M., S. Hanney, M. Henehel y M. Kogan (1997) The Use of Performance Indicators in Higher Education. *Higher Education Policy Series*, n° 3, Jessica Kingsley Publishers.
- Charnes, A, W. W. Cooper, Z. M. Huang y D. B. Sun (1990) Polyhedral Cone-Ratio DEA Models with an Illustrative Application to Large Commercial Banks. *Journal of Econometrics*, 46, pp. 73-91.
- Charnes, A., W. W. Cooper y E. Rhodes (1978) Measuring efficiency of decision-making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6) pp. 428-449.
- Charnes, A., W. W. Cooper, A. Y. Lewin y L. M. Seiford (1994) *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications*. Kluwer Academic Publishers.
- Charnes, A., W. W. Cooper, B. Golany, L. M. Seiford, y J. Stutz (1985) Foundations of data envelopment analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions. *Journal of Econometrics*, 30(1), pp. 91-107.
- Charnes, A., W. W. Cooper, Q. L. Wei, y Z. M. Huang (1989) Cone Ratio Data Envelopment Analysis and Multi-objective Programming. *International Journal of Systems Science*, 20(7), pp. 1099-1118.
- Chilingerian, J. A. (1995) Evaluating Physician Efficiency in Hospitals: A Multivariate Analysis of Best Practices. *European Journal of Operational Research* 80(3), pp. 548–574.
- Consejo de Universidades (1996). *Guía de Evaluación del Plan Nacional de Evaluación de la Calidad de las Universidades*. Consejo de Universidades. Secretaría General.
- Cooper W. W., L. M. Seiford y J. Zhu (Edit.) (2003) *DEA Handbook*. Kluwer Academic Publishers.

- Cooper W. W., L. M. Seiford y K. Tone (2000) *Data Envelopment Analysis. A comprehensive text with models, applications, references and DEA-solver software*, Kluwer Academic Publishers.
- Debreu, G. (1951) The Coefficient of Resource Utilization. *Econometrica*, 19(3) pp. 273-292.
- Doyle, J. y R. Green (1994) Efficiency and cross-efficiency in DEA: Derivations, meanings and uses. *Journal of the Operational Research Society* 45(5), pp. 567 – 578.
- Dula, J. H., y B. L. Hickman (1997) Effects of excluding the column being scored from the DEA envelopment LP technology matrix. *Journal of the Operational Research Society* 48(10), pp. 1001–1012.
- Dyson R. G. y E. Thanassoulis (1988) Reducing Weight Flexibility in Data Envelopment Analysis. *Journal of the Operational Research Society*, 39 (6) pp. 563-576.
- Färe, R. (1986) Addition and efficiency. *Quarterly Journal of Economics*, 6 (4), págs. 861-865.
- Färe, R., S. Grosskopf y C. A. K. Lovell (1994) *Production Frontiers*, Cambridge University Press.
- Farrell, M. J. (1957) The Measurement of Productive Efficiency, *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, vol. 120, Part 3, pp. 253-290.
- Farrell, M. J. y M. Fieldhouse (1962) Estimating Efficient Production Under Increasing Returns to Scale. *Journal of the Royal Statistical Society, Series A, General*, 125, Part 2, pp. 252-67.
- Fried, H. O., C. A. K. Lovell y S. S. Schmidt (Eds.) *The Measurement of Productive Efficiency. Techniques and Applications*, Oxford University Press.
- Friedman, L. y Z. Sinuany-Stern (1997) Scaling units via the canonical correlation analysis and the data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research* 100(3), pp. 629–637.
- Friedman, L. y Z. Sinuany-Stern (1998) Combining ranking scales and selecting variables in the data envelopment analysis context: The case of industrial branches. *Computers and Operations Research* 25(9), pp. 781–791.

- Ganley, J. A. y J. S. Cubbin (1992), Public sector efficiency measurement. Applications of Data Envelopment Analysis. Elsevier Science Publishers.
- García Valderrama, T. y M. N. Gómez Aguilar (1999) Factores Determinantes de la Eficiencia de los Grupos de Investigación en la Universidad. Hacienda Pública Española, 148, pp. 131-145.
- Goedegebuure, L. C. J., P. A. M. Maassen y D. F. Westerheijden (Eds.) (1990) Peer review and performance indicators, Uitgeverij Lemma.
- Hopkins, D. S. P. (1990) The Higher Education Production Function: Theoretical Foundations and Empirical Findings en Hoenack, S. A. y E. L. Collins (Edit.) The Economics of American Universities.
- Johnes, G. (1992) Performance Indicators in Higher Education: A Survey of Recent Work. Oxford Review of Economy Policy, 6(2), pp. 19-34.
- Johnes, G. (1995) Scale and Technical Efficiency in the Production of Economic Research. Applied Economics Letters, 2(1), pp. 7-11.
- Johnes, G. y J. Johnes (1993) Measuring the Research Performance of UK Economics Departments: An Application of Data Envelopment Analysis. Oxford Economic Papers, 45 (2), pp 332-347.
- Johnes, G. y J. Johnes (1995) Research Funding and Performance in UK University Departments of Economics: A frontier Analysis. Economics of Education Review, 14(3)3, pp. 301-314.
- Kittelsen, S. y F. Forsund (1992) Efficiency analysis of Norwegian district courts. Journal of Productivity Analysis, 3(3), pp. 277-306.
- Knorr, K. D., R. Mittermeir, G. Aichholzer y G. Waller (1979) Leadership and Group Performance: A Positive Relationship in Academic Research Units, en Andrews (Ed.) Scientific Productivity: The Effectiveness of Research Groups in Six Countries.
- Koopmans, T. C. (Edt.) (1951) Activity Analysis of Production and Allocation: Proceedings of a conference. Wiley.
- Kyvik, S. (1991) Productivity in Academia. Scientific publishing at Norwegian universities, Norwegian University Press.
- Leibenstein, H. (1966) Allocative efficiency and X-efficiency. American Economic Review, 56(3), pp. 392-415.



- Mancebón, M. J. (1996) La evaluación de la eficiencia de los centros educativos públicos. Tesis Doctoral, Departamento de Estructura e Historia Económica y Economía Pública de la Universidad de Zaragoza.
- Marchand, M. P. Pestieau y H. Tulkens (Eds.) (1984) *The Performance of Public Enterprises: Concepts And Measurement*. North Holland.
- Martínez Cabrera, M. (2000) Análisis de la eficiencia productiva de las instituciones de educación superior. *Papeles de Economía Española*, nº 86, pp.179-191.
- Martínez Cabrera, M. (2003) La medición de la eficiencia en las instituciones de educación superior. Fundación BBVA.
- Mehrabian, S., M. R. Alirezaee y G. R. Jahanshahloo (1999) A complete efficiency ranking of decision making units in data envelopment analysis. *Computational Optimization and Applications* 14(2), pp. 261–266.
- Norman, M. y B. Stoker (1991) *Data Envelopment Analysis. The Assessment of Performance*. Wiley and Sons.
- OCDE (1994) *Frascati Manual 1993*, Servicio de Publicaciones de la OCDE.
- Olesen, O. B. y N. C. Petersen (1995) Chance constrained efficiency evaluation, *Management Science* 41(3), pp. 442–457.
- Oral, M., O. Kettani y P. Lang (1991) A methodology for collective evaluation and selection of industrial R&D projects. *Management Science*, 7(37), pp. 871-883.
- Panzar, J. C. y R. D. Willig (1981) Economies of scope, *American Economic Review*, 71 (2), pp. 268-272.
- Pedraja, F., J. Salinas y P. Smith (1994) La restricción de las ponderaciones en el Análisis Envolvente de Datos: Una fórmula para mejorar la evaluación de la eficiencia. *Investigaciones Económicas*. XVIII (2) pp. 365-380.
- Pedraja, F., J. Salinas y P. Smith (1997) On the role of weight restrictions in data envelopment analysis. *Journal of Productivity Analysis* 8(2), pp. 215–230.
- Pina Martínez, V. y Torres Prada, L. (1995) Evaluación del Rendimiento de los Departamentos de Contabilidad de las Universidades Españolas. *Hacienda Pública Española*, 135, pp. 183-190.
- Podinovski V. (1999) Side effects of Absolute Weight Bounds in DEA Models, *European Journal of Operational Research*, 1(15) pp. 583-595.

- Prior, D. (1996) Technical efficiency and scope economics in hospitals. *Applied Economics*, 28 pp 1295-1301.
- Roll Y. y B. Golany (1993) Alternate Methods of Treating Factor Weights in DEA. *Omega*, 21(1), pp. 99-109.
- Roll Y., W. D. Cook y B. Golany (1991) Controlling Factor Weights in DEA. *HE Trans.* 23(1), pp. 2-9.
- Rosen, D., C. Schaffnit y J. C. Paradi (1997) Marginal rates and two-dimensional level curves in DEA. *Journal of Productivity Analysis*. 9(3), pp. 205–232.
- Sarafoglou, N. y K. E. Haynes (1996) University Productivity in Sweden: A Demonstration and Exploratory Analysis for Economics and Business Programs. *The Annals of Regional Science*, 30(3), pp. 285-304.
- Seiford, L. M. y J. Zhu (1999) Infeasibility of super efficiency data envelopment analysis models. *INFOR, Information Systems & Operational Research*, 37(2) pp. 174-187.
- Seiford, L. M. y R. M. Thrall (1990) Recent Developments in DEA: The Mathematical Programming Approach to Frontier Analysis. *Journal of Econometrics*, 46 (1 y 2) pp. 7-38.
- Sexton, T. R. (1986) The methodology of DEA en *Measuring Efficiency: An Assessment of DEA* en Silkman (Ed.) *Measuring Efficiency: an assessment of data envelopment analysis*.
- Sexton, T. R., R. H. Silkman y A. J. Hogan (1986) Data envelopment analysis: critique and extensions en Silkman (Ed.) *Measuring Efficiency: an assessment of data envelopment analysis*.
- Silkman, R. H. (Edt.) (1986) *Measuring Efficiency: an assessment of data envelopment analysis*. Jossey Bass.
- Simar, L. y P. Wilson (2002) Nonparametric tests of returns to scale. *European Journal of Operational Research* 139(1), pp. 115–132.
- Sinuany-Stern, Z. y L. Friedman (1998) Data envelopment analysis and the discriminant analysis of ratios for ranking units. *European Journal of Operational Research* 111(3), pp. 470– 478.
- Sinuany-Stern, Z., A. Mehrez y Y. Hadad (2000) An AHP/DEA methodology for

ranking decision making units. *International Transactions in Operational Research* 7, pp. 109–124.

Smith, P. y D. Mayston (1987) *Measuring Efficiency in the Public Sector*. *Omega* 15(3) 181-189.

Sueyoshi, T. (1999) Data envelopment analysis non-parametric ranking test and index measurement: Slack-adjusted DEA and an application to Japanese agriculture cooperatives. *Omega International Journal of Management Science* 27, 315–326.

Thanassoulis E. y R. Allen (1998) Simulating weights restrictions in data envelopment analysis by means of unobserved DMUs. *Management Science*, 44 (4) pp. 586 - 594

Thanassoulis, E. (1993) A Comparison of Regression Analysis and Data Envelopment Analysis as Alternative Methods of Performance Assessment. *Journal Operational Research Society* 44(11), pp. 1129–1144.

Thanassoulis, E. (2001) *Introduction to the Theory and Application of Data Envelopment Analysis: A foundation text with integrated software*. Kluwer Academic Publishers.

Thanassoulis, E., R. G. Dyson, y M. J. Foster (1987) Relative efficiency assessments using data envelopment analysis: an application to data on rates departments. *Operational Research Society*, 38(5), pp. 397-411.

Thompson, R. G., F. D. Singleton, R. M. Thrall y B. A. Smith (1986) Comparative Site Evaluations for Locating a High-Energy Physics Lab in Texas, *Interfaces*, 16(6) pp. 35-49.

Thompson, R. G., L. N. Langemeir, C. T. Lee y R. M. Thrall (1990) The Role of Multiplier Bounds in Efficiency Analysis with Application to Kansas Farming. *Journal of Econometrics*, 46(1), pp. 93-108.

Thrall, R. M. (1996) Duality, classification and slacks in data envelopment analysis. *The Annals of Operations Research* 66(2), pp. 109–138.

Tomkins, C. y R. Green (1988) An Experiment in the Use of Data Envelopment Analysis for Evaluating the Efficiency of UK University Departments of Accounting. *Financial Accountability & Management*, 4(2), pp. 147-164.

Ullman, S. y G. Holtman (1985) Economies of scope, ownership and nursing home

costs. *Quarterly Review of Economics and Business*, 25 (4), pp. 83-94.

Wilson, P. W. (1995) Detecting influential observations in data envelopment analysis. *Journal of Productivity Analysis*, 6 (1) pp. 27–46.

Wong Y. H. B. y J. E. Beasley (1990) Restricting Weight Flexibility in DEA. *Journal of the Operational Research Society*, 41(9), pp. 829-835.

Zhu, J. (1996) Robustness of the efficient decision-making units in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research* 90(3), 451–460.

Zhu, J. (2002) *Quantitative Models for Performance Evaluation and benchmarking: DEA with Spreadsheets and DEA Excel Solver*. Kluwer Academic Publishers.